



## Modeling the At risk Values Optimal Pattern in Pension Funds

Mahdi Sadeghi Shahedani\*

### Abstract

Pension funds play an essential role in financial and capital markets. Hence, it is very important to consider issues such as investment strategies in line with the volume and sources of assets and risk management. This research is involved in the modification of the at risk value model of the banking sector consistent with the features of the pension funds. Essential adjustments and practical steps of this adaptation are proposed in line with this goal. Finally, the proposed optimal investment model was developed regarding at risk component. The results ended in a risk measurement model for assets of portfolio in the Pension Fund's. As the funds' claims on the government are often paid back in the form of shares, they make up the bulk of the assets of the pension funds in the form of stocks of listed and non-listed companies. As a result, application of the present model can be of great help in managing the risk of pension fund portfolios and development of patterns for applying at risk values.

**Keywords:** pension funds; at risk values; optimal portfolio.

---

\* Full professor in theoretical economics at The Faculty of Islamic Knowledge and economics, Imam Sadeq University, Tehran, Iran [sadeghi@isu.ac.ir](mailto:sadeghi@isu.ac.ir)

---

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the

Creative Commons Attribution Non-Commercial (CC-BY-NC) license.







نشریه علمی

«پژوهش‌های راهبردی بودجه و مالیه»

(تابستان ۱۳۹۹، سال دوم، شماره ۲: ۱۱-۳۱)

شاپای چاپی: ۱۸۰۹-۲۷۱۷  
شاپای الکترونیک: ۱۹۹X-۲۷۱۷

## مدل‌سازی الگوی بهینه ارزش در معرض ریسک در صندوق‌های بازنشستگی

مهدی صادقی شاهدانی\*

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۲۱

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۲۷

### چکیده

صندوق‌های بازنشستگی، نقش عمده‌ای در بازارهای مالی و سرمایه‌دار هستند. از این رو، توجه به مقولاتی چون راهبردهای سرمایه‌گذاری با توجه به حجم و منابع دارایی‌ها و مدیریت ریسک در خصوص آنها حائز اهمیت است. این مقاله به تعدیل مدل ارزش در معرض ریسک حوزه بانکداری متناسب با ویژگی‌های صندوق‌های بازنشستگی می‌پردازد. در راستای این هدف، تعدیلات اساسی و گام‌های کارکردی این اقتباس طرح می‌شوند. در نهایت مدل پیشنهادی سرمایه‌گذاری بهینه با مؤلفه ریسک توسعه می‌یابد. نتایج پژوهش، ارائه‌کننده یک مدل سنجش ریسک برای دارایی‌های موجود در پرتفوی صندوق‌های بازنشستگی است. از آنجا که مطالبات صندوق‌ها از دولت غالباً به شکل واگذاری سهام صورت می‌گیرد، موجب می‌شود تا بخش عمده‌ای از دارایی‌های صندوق‌های بازنشستگی را سهام شرکت‌های بورسی و غیربورسی تشکیل دهد. بنابراین، بهره‌گیری از مدل حاضر می‌تواند کمک شایانی در مدیریت ریسک پرتفوی صندوق‌های بازنشستگی و توسعه الگوهای به‌کارگیری ارزش در معرض ریسک داشته باشد.

**کلیدواژه‌ها:** صندوق‌های بازنشستگی؛ ارزش در معرض ریسک؛ پرتفوی بهینه

طبقه‌بندی JEL: G23, G11, G17

sadeghi@isu.ac.ir

\* استاد گروه اقتصاد، دانشکده معارف اسلامی و اقتصاد، دانشگاه امام صادق (ع)، تهران، ایران.

این مقاله یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت شرایط و ضوابط مجوز (CC BY-NC) Creative Commons Attribution Non-Commercial (CC BY-NC) توزیع شده است.



## مقدمه

مشکلات ساختاری بسیاری از کشورها در مدیریت طرح‌های بازنشستگی و همچنین صدمات وارد شده از بحران مالی اخیر بر توانمندی مالی صندوق‌های بازنشستگی در جهان موجب شد تا صندوق‌های بازنشستگی به‌طور عمده در جهان، از طرح مزایای معین (DB) به مشارکت معین (DC) تغییر رویه دهند. این امر به‌منزله انتقال ریسک سرمایه‌گذاری از متولیان طرح بازنشستگی به اشخاص عضو است. در عین حال، به دلیل ماهیت بلندمدت طرح بازنشستگی، صندوق‌های مربوطه با ریسک بازاری بلندمدت و ریسک دیرپایی<sup>۱</sup> مواجهند. بنابراین، هنگام سرمایه‌گذاری و مدیریت ریسک بهینه باید چنین ریسک‌هایی را نیز مدنظر قرار داد. امروزه صندوق‌های بازنشستگی در جهان در حوزه بازارهای مالی اهمیت شایانی یافته‌اند. به طوری که برخی از آنها به‌عنوان مهم‌ترین بازیگران نهادی حوزه بازار سرمایه یاد می‌کنند (جوریون<sup>۲</sup>، ۲۰۰۱). بنابراین، زیان آنها می‌تواند صدمه بزرگی برای بازارهای مالی همراه داشته باشد که این امر اهمیت مدیریت ریسک را برای صندوق‌های مذکور بیشتر اثبات می‌کند.

هدف این مقاله تحلیل راهبردی طراحی الگوی بهینه مدیریت ریسک در صندوق‌های بازنشستگی است تا بتوان از ثبات و ایمنی طرح‌های بازنشستگی برای اعضا اطمینان حاصل کرد. امروزه ارزش در معرض ریسک (VaR) به‌عنوان معروف‌ترین معیار سنجش ریسک مطرح است. از این معیار برای الزامات سرمایه در حوزه بانکداری و بیمه بهره گرفته می‌شود. اگرچه ارزش در معرض ریسک جهت اندازه‌گیری ریسک بازار در حوزه بانکداری نمود یافت، اما به‌سرعت در تمام بخش‌های مالی به‌کار گرفته شد. علی‌رغم مواجهه صندوق‌های بازنشستگی با ریسک قابل توجه، مدل فراگیری برای اندازه‌گیری ریسک‌های مالی در این صندوق‌ها مطرح نشده است. هدف این مقاله اقتباس از الگوی ارزش در معرض ریسک جهت استفاده در صندوق‌های بازنشستگی است.

پرسش اساسی پژوهش را می‌توان چنین بیان کرد که: چه تعدیلاتی باید در مدل ارزش

1. Longevity Risk
2. Jorion

در معرض ریسک مورد استفاده بانک ها جهت تناسب با عملیات صندوق های بازنشستگی صورت گیرد؟ گام های اساسی در به کارگیری ارزش در معرض ریسک در صندوق های بازنشستگی چیست؟ الگوی بهینه تخصیص دارایی ها با توجه به مدل ارزش در معرض ریسک در صندوق های بازنشستگی چیست؟

ویژگی مدل ارزش در معرض ریسک آن است که دارای یک نگاه روبه جلو است و چارچوبی را برای محاسبه ریسک نسبی نهاد مالی فراهم می کند. این در حالی است که نگرش کوتاه مدت، بانک محور بودن و فقدان یک استاندارد عمومی در به کارگیری آنها موجب انتقاد مخالفین این روش در به کارگیری رویکرد مذکور همراه داشته است (صادقی شاهدانی و محسنی، ۱۳۹۸). بنابراین، هدف این مقاله را می توان همسازی مدل ارزش در معرض ریسک برای اندازه گیری ریسک بازار در صندوق های بازنشستگی عنوان نمود.

در راستای این هدف پس از بیان مقدمه، در بخش دوم روش ارزش در معرض ریسک و ریسک بازار در صندوق های بازنشستگی معرفی می شود. سپس در بخش سوم به بیان پیشینه پژوهش پرداخته می شود. بخش چهارم به طراحی مدل ارزش در معرض ریسک برای صندوق های بازنشستگی اختصاص دارد. در نهایت نتایج و یافته های پژوهش در بخش پنجم ارائه می شود.

## مبانی نظری

فعالیت نهادهای مالی در بردارنده دامنه وسیعی از انواع ریسک هاست. یکی از مهم ترین انواع آنها ریسک بازار است که به نوسان نامطلوب در ارزش سرمایه گذاری واحد اقتصادی به دلیل تغییر در مؤلفه های اقتصادی نظیر قیمت سهام، نرخ بهره یا نرخ ارز اطلاق می شود. این تلاطم ها می توانند بر اساس سازوکارهای سرریزی میان بازارهای مختلف انتقال یافته و در نتیجه ایجاد شرایط متفاوتی از حالت تعادل اولیه ایجاد نمایند (صادقی شاهدانی و محسنی، ۱۳۹۸).

به منظور اطمینان سازی از وجود ایمنی در فعالیت واحد اقتصادی، باید یک حداقل سرمایه جهت مقابله با زیان احتمالی ناشی از فعالیت های کسب و کار یا زیان بازاری بالقوه نگهداری شود.

بدین منظور، در ادبیات مالی مفهوم سرمایه اقتصادی از سرمایه قانونی متمایز می‌شود. سرمایه اقتصادی را می‌توان برای اهداف مدیریت ریسک داخلی مدنظر قرار داد، درحالی‌که سرمایه قانونی عمدتاً برای تأمین الزامات نظارتی مراجع تنظیم‌گر است (محسنی، ۲۰۱۷). در مقررات بازل II، بانک‌ها به استفاده از رویکرد ارزش در معرض ریسک برای اهداف مدیریت داخلی و نظارت خارجی ترغیب می‌شوند. این چارچوب به وسیله اتحادیه اروپایی برای بخش بیمه (تحت عنوان توانگری II) اقتباس شده است، اما صندوق‌های بازنشستگی نمی‌توانند از این چارچوب بهره‌گیرند، زیرا محدودیت طرح بازنشستگی این امکان را برای آنها فراهم نمی‌کند (جوریون، ۲۰۰۱).

ادبیات مالی، ریسک بازار را به هرگونه زیان احتمالی در ارزش بازار پرتفوی شرکت‌ها اطلاق می‌کند که می‌تواند ناشی از چهار عامل ریسک سهام، ریسک نرخ بهره، ریسک نرخ ارز و ریسک محصول<sup>۱</sup> باشد (بت‌شکن و همکاران، ۲۰۱۸). البته این تعریف از ریسک بازار برآمده از صنعت بانکداری است و نمی‌تواند برای صندوق‌های بازنشستگی به عنوان یک تعریف جامع و شامل باشد. بنابراین، ریسک بازار در صندوق‌های بازنشستگی به طور عمده برآمده از ریسک عملکرد سرمایه‌گذاری است که می‌تواند برآمده از نوسان در ارزش بازار دارایی، تغییرات نرخ بهره، ترکیب نامناسب دارایی‌ها در پرتفوی یا تمرکز بیش از حد به یک بخش اقتصادی باشد. همچنین می‌تواند ناشی از تخمین نادرست زمانبندی یا ارزش جریان‌ات نقدی آتی بروز یابد.

حیطه ریسک بازار در صندوق‌های بازنشستگی وابسته به معیار تخصیص دارایی‌هاست. اهداف بلندمدت می‌توانند به وسیله قوانین نظارتی موجب خرید ابزارهای با درآمد ثابت و پوشش ریسک شوند. هدف مدیران مالی در این صندوق‌ها حداکثرسازی بازده پرتفوی است که البته با لحاظ محدودیت‌های قانونی و رعایت شروط ممکن در قراردادهای بدهی صورت می‌گیرد.

صندوق‌های مذکور با دو نوع الزام شامل نگهداری ارزش اسمی سرمایه کوتاه‌مدت برای پرداخت‌های مستمری و حفاظت از سرمایه بلندمدت مواجهند. تضاد میان ریسک کوتاه‌مدت (که برای مقاصد نظارتی ارزیابی می‌شود) و احتیاجات بلندمدت به وضع محدودیت در شمار

## 1. Commodity Risk

سرمایه گذاری های ممکن برای آنها منجر می شود.

بلیک<sup>۱</sup> (۱۹۹۹) مطرح می کند که صندوق های بازنشستگی و شرکت های بیمه عمر، سرمایه گذاران نهادی با رویکرد بلندمدت هستند. گرچه تعهدات آن مشابه یکدیگر است، از ماهیت و کیفیت متفاوتی برخوردار است. عدم تطابق میان سررسید دارایی - بدهی، بزرگترین ریسک نظام مند است که هر دو نهاد با آن مواجهند. آنها به منظور حداقل کردن ریسک مذکور، بخش عمده ای از پرتفوی خود را در دارایی های بلندمدت نظیر سهام، املاک و اوراق قرضه بلندمدت سرمایه گذاری می کنند. البته به دلیل وجود امکانات مختلف در بیمه های عمر، این شرکت ها از اوراق قرضه بیشتری در پرتفوی خود بهره می گیرند. با افزایش عمر صندوق های بازنشستگی و افزایش مقدار مستمری بگیران، سهم اوراق با درآمد ثابت در صندوق ها افزایش می یابد که این امر می تواند آنها را با ریسک بازاری بیشتری مواجه سازد.

سیاست مالی صندوق های بازنشستگی عمدتاً «خرید و نگهداری»<sup>۲</sup> است. بنابراین، آنها هدف سفته بازی را دنبال نمی کنند، زیرا ساختار تعهدات آنها موجب محافظه کاری هرچه بیشتر و پویایی هرچه کم تر در عملکرد این صندوق ها می شود.

صندوق های بازنشستگی اصولاً با ریسک تعهدات<sup>۳</sup> مواجهند، در حالی که بانک ها عمدتاً با ریسک دارایی<sup>۴</sup> روبه رو می باشند. البته تفاوت مذکور به عنوان یک معیار ممیزه نیست، زیرا بانک ها نیز می توانند با ریسک تعهدات ناشی از تغییر در نرخ بهره ناشی از بدهی های خود مواجه شوند. در عین حال، صندوق های بازنشستگی با ریسک دارایی در صورتی که عملکرد سرمایه گذاری آنها تحت تأثیر نوسانات بازار مالی باشد نیز روبه رو هستند. با عنایت به نکته مطروحه، لحاظ همبستگی میان دارایی ها و تعهدات در صندوق های بازنشستگی حائز اهمیت است. ریسک نرخ بهره می تواند مصداق عدم تطابق دارایی - بدهی در صندوق های بازنشستگی باشد. در مدل های بانکداری، تمرکز بر جداسازی ریسک های مختلف از یکدیگر و مطالعه هر کدام از آنها به عنوان یک واحد

1. Blake
2. Buy and hold
3. Liability risk
4. Asset risk

منحصربه‌فرد است. دریافت سپرده عمدتاً کوتاه‌مدت و پرداخت آنها به صورت وام با سررسید بلندمدت است که این امر سبب ناتوانی در ایفای تعهدات و بحران‌های نقدینگی برای بانک‌ها می‌شود. این در حالی است که در صندوق‌های بازنشستگی دریافت منابع ماهیت بلندمدت داشته و تعهدات در قبال اعضا نیز بلندمدت است. بنابراین، بحران‌های نقدینگی در عدم تطابق دارایی - بدهی نمی‌تواند برای صندوق‌ها اولویت اصلی باشد.

نظارت بر صندوق‌های بازنشستگی (همانند دیگر واسطه‌گران و سرمایه‌گذاران مالی) به سمت نظارت مبتنی بر ریسک گرایش داشته و در آن ایجاد نظارت یکپارچه بر سایر روش‌ها ارجح است. اگرچه کاربرد قوانین محافظه‌کارانه بانکداری و بیمه برای صندوق‌های بازنشستگی نیازمند تعدیلات است (برونر<sup>۱</sup>، ۲۰۰۸). در این راستا، اتخاذ یک رویه مدیریت بر ریسک و نگهداری میزان سرمایه مناسب الزامی است. کاربرد رویکرد ارزش در معرض ریسک به منزله اولین گام در ایجاد یک چارچوب نظارتی یکپارچه است.

معیار ارزش در معرض ریسک، حداکثر زیان احتمالی پورتفوی را در یک دوره زمانی مشخص با بیان کمی و در قالب عدد بیان می‌کند. به عبارت دیگر، ارزش در معرض ریسک مبلغی از ارزش پورتفوی را که انتظار می‌رود ظرف مدت یک دوره زمانی مشخص و با میزان احتمال معین (سطح اطمینان  $1-\alpha$ ) از دست برود، مشخص می‌کند (میکوچی و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۱۰).

فرض کنید ارزش آتی یک پرتفوی در زمان  $t+h$  برابر با  $V_{t+h}$  باشد، در این صورت ارزش پرتفوی در زمان  $t$  را نشان می‌دهد. بنابراین، تغییر در ارزش بازار یک پرتفوی در طول زمان برابر خواهد بود.

1. Brunner
2. Micocci and et al



در این صورت حداکثر زیان پرتفوی را می توان با  $\text{VaR}_h(q)$  نشان داد که دارای درجه احتمال  $(1 - q)$  است بنابراین داریم:

$$P[\Delta V \ll \text{VaR}_h(q)] = 1 - q$$

$$[\text{VaR}_h(q)] = R_h^{-1}(1 - q)$$

مدل سازی با رویکرد ارزش در معرض ریسک را می توان یک الگوی سه مرحله ای به شرح زیر در نظر گرفت:

گام اول: اندازه گیری زیان بالقوه پرتفوی: ترسیم عوامل ریسک موجود در پرتفوی سرمایه گذاری؛

گام دوم: اندازه گیری ناطمینانی: تشخیص توزیع احتمال تغییرات عوامل ریسک؛

گام سوم: محاسبه ارزش در معرض ریسک برای پرتفوی سرمایه گذاری.

انواع روش های محاسبه ارزش در معرض ریسک عبارتند از روش پارامتریک (واریانس - کوواریانس)، شبیه سازی تاریخی و شبیه سازی مونت کارلو که دو روش آخر بیشتر مبتنی بر اطلاعات تاریخی هستند و بر اساس روش های هیوریستیک و سناریوسازی محاسبه شده و فرمول خاصی ندارند (پیکارجو و همکاران، ۱۳۸۹). از آنجا که در این پژوهش بر بهینه سازی مدل های سنجش ریسک تمرکز می شود، به روشی کمی نیاز داریم که می تواند پارامتریک نیز باشد. مدل پارامتریک واریانس - کوواریانس می تواند معیار خوبی برای تشریح در این حوزه مطرح باشد.

فرایند مدل ارزش در معرض ریسک دارای کلیات واحدی است که حسب نوع روش شناختی (مدل کارکویتز، تحلیل عاملی و...) تعدیل می شود. فرض کنید عامل ریسک، متغیری تصادفی است که طی فاصله زمانی  $[0,1]$  مقداری به خود می گیرد و ارزش بازار سبد دارایی را در زمان ۱ متأثر می سازد. بردار ریسک که با  $Q1$  نمایش می دهیم، برداری تصادفی از عوامل ریسک در زمان ۱ است. در این حالت فرض کنید که  $P1$ : ارزش آتی سبد دارایی (عامل ریسک)،  $S1$ : بردار دارایی (بردار ریسک) و  $R1$ : بردار کلیدی (بردار ریسک) باشد. در ریاضیات، نگاشت مترادف تابع است. نگاشت پرتفوی آن نگاشتی است که ارزش یک سبد دارایی را به صورت

تابعی از یک بردار ریسک مثل  $Q1$  تعریف می‌کند. در فرایند استنباط نیز توزیع بردار عوامل کلیدی ریسک مشروط بر اطلاعات موجود در زمان صفر تشخیص داده می‌شود. به بیانی دیگر، طی رویه استنباط، یک توزیع شرطی برای  $R1$  مشخص می‌کنیم. فرایند انتقال باید به نوعی اطلاعات بازار موجود در ویژگی‌های توزیع  $R1$  را از طریق اطلاعات موجود در نگاشت سبب دارایی پالایش کنیم. به بیانی ساده‌تر، با طی این فرایند، توزیع شرطی  $P1$  را مشخص می‌کنیم. فرایند مذکور به صورت شماتیک در شکل ۱ نمایش داده شده است.

مدل پارامتریک واریانس - کوواریانس دارای دو فرض اساسی توزیع نرمال بازده دارایی‌ها و رابطه خطی بین عوامل بازار و ارزش دارایی است. با تفسیر فوق، احتمال اینکه ارزش پرتفوی با انحراف معیار بازدهی مشخص و با سطح اطمینان معین از ارزش مفروض کم‌تر باشد، از طریق معادله زیر قابل اندازه‌گیری است:

$$\frac{\delta\sqrt{T}}{\sqrt{\quad}}$$

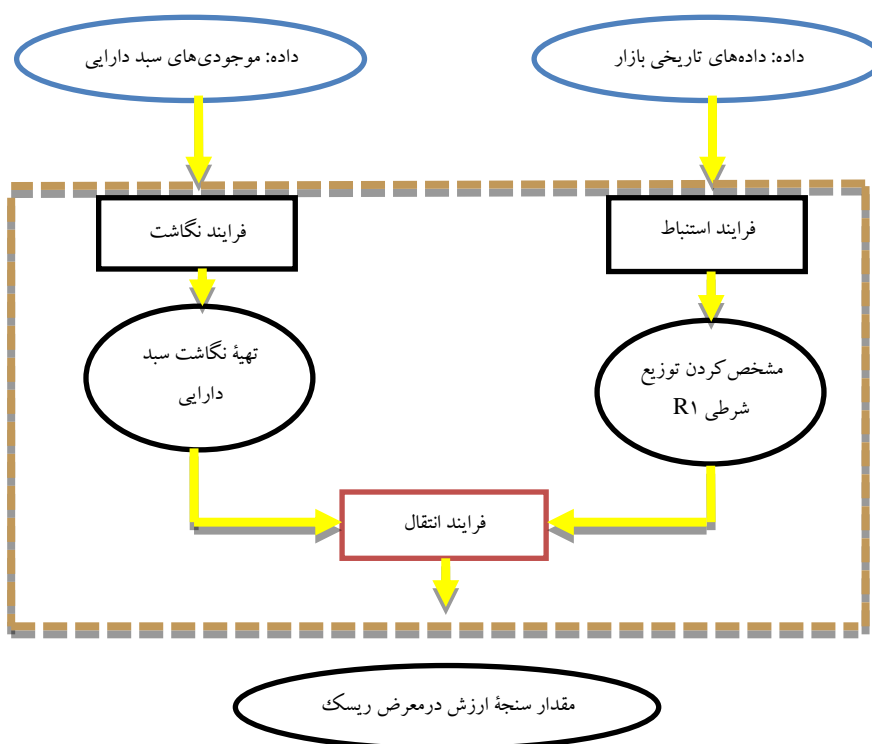
این رابطه برای دوره‌های بلندمدت است، برای دوره‌های کوتاه‌مدت با فرض میانگین صفر  $r_p=0$ ، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\delta\sqrt{T}$$

در این معادله با دانستن انحراف معیار روزانه  $\delta$ ، انحراف معیار  $T$  روز از رابطه  $\delta\sqrt{T}$  قابل محاسبه است. در اینجا  $M$  ارزش بازار دارایی،  $1-\alpha$  سطح اطمینان و  $T$  طول دوره زمانی محاسبه بازده می‌باشد. این مقدار بیان می‌دارد که احتمال اینکه زیان در یک دوره  $T$  روزه بیش از ارزش در معرض ریسک باشد،  $\alpha\%$  است. در این پژوهش برای محاسبه واریانس از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

که در آن  $X'$  ماتریس سطری ضرایب پرتفوی،  $VC$  ماتریس مربعی واریانس - کوواریانس و  $X$  ماتریس ستونی ضرایب پرتفوی می‌باشد. الگوی رایج برای بهینه‌سازی ارزش در معرض ریسک (VaR) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= Z_{\alpha} \cdot \delta_p - \bar{r}_p \\ \text{S. T: } \bar{r}_p &= \sum_{j=1}^M x_j \bar{r}_j \\ \sum_{j=1}^M x_j &= 1 \end{aligned}$$



شکل ۱. تعیین مقدار سنجۀ ارزش در معرض ریسک

از جمله نقاط قوت این معیار آن است که می‌تواند در یک عدد خلاصه شود، نوسان‌های منفی بازده را محاسبه کند، تحت تأثیر بازده‌های بزرگ قرار نمی‌گیرد، قابل کاربرد برای محاسبه ریسک دارایی‌هایی با توزیع بازده غیرخطی همچون اختیار خریدها<sup>۱</sup> و غیره است، به راحتی می‌تواند برای "آزمون بازگشتی"<sup>۲</sup> مورد استفاده قرار گیرد و همچنین، معیار ریسک استاندارد به حساب می‌آید (رستمیان و حاجی‌بابایی، ۱۳۸۸). علاوه بر این، تغییرات ارزش بازار دارایی‌ها را لحاظ می‌کند، متغیرهای بازار را برای افق زمانی کوتاه‌تری پیش‌بینی می‌کند (این امر به برآورد دقیق‌تر ریسک کمک می‌کند، زیرا پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت نسبت به پیش‌بینی‌های بلندمدت آسان‌تر و دقیق‌تر هستند)، نگاه رو به جلو دارد (یعنی ریسک کل پرتفوی موجود را برای دوره آتی برآورد می‌کند) و می‌توان از آن برای پرتفوی‌های شامل چندین دارایی مالی مختلف (همانند سهام، اوراق قرضه و ابزار مشتقه و غیره) استفاده کرد.

البته، این معیار در کنار نقاط قوتش دارای ضعف‌هایی نیز هست؛ به طوری که توانایی محاسبه مقادیر ریسک بیشتر و فراتر از ارزش در معرض ریسک را ندارد، کاهش ارزش در معرض ریسک ممکن است منجر به امتداد یافتن دنباله‌های فراتر از ارزش در معرض ریسک شود و سرانجام اینکه ویژگی عدم جمع‌پذیری ریسک در مورد آن مصداق دارد:

$$((V))$$

در نتیجه، تنوع بخشی نه فقط موجب کاهش ریسک، بلکه موجب افزایش ریسک می‌شود. ویژگی عدم تحذب در مورد آن مصداق دارد، یعنی دارای اکسترمم (حداقل‌ها و حداکثرهای) محلی زیادی است و در نتیجه کمینه کردن آن بسیار مشکل است و برای توزیع‌های غیر نرمال، کنترل و بهینه‌سازی آن بسیار دشوار است.

علاوه بر این، روش ارزش در معرض ریسک متغیرهای تصادفی ممکن است از توزیع بهنجار (نرمال) تبعیت نکنند که این امر بیان آماری نتایج را با مشکل مواجه می‌سازد.

1. Put Option
2. Back testing

## پیشینه پژوهش

گزینش یک پرتفوی بلندمدت پویا ابتدا توسط مرتون<sup>۱</sup> (۱۹۷۱) مطرح شد که البته بازار را با نرخ بهره ثابت مدل سازی می کرد. از آنجا که ماهیت کارکرد صندوق های بازنشستگی، بلندمدت است پس فرض قطعی بودن نرخ بهره نمی تواند واقعی باشد. پس از معرفی مدل نرخ بهره تصادفی، به سرعت این مدل برای سرمایه گذاری در صندوق های بازنشستگی اقتباس شد. برای نمونه بولیر و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۰۱) یک مدل سرمایه گذاری با نرخ بهره تصادفی برای صندوق های بازنشستگی تحت برنامه منافع معین (DB) طراحی کردند. البته این ابتدای راه بود، زیرا این مدل ها زمانی می توانند تکمیل باشند که در آن ریسک تورم، ریسک نرخ بهره و ریسک مشارکت<sup>۳</sup> نیز لحاظ شود.

کارین و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۰) یک مدل پیوسته تصادفی با راهبردهای کنترل مارکوی معرفی کردند که مدل آنها نشان می داد که میزان بهینه سرمایه گذاری در هر دارایی ریسکی می تواند ثابت اما وابسته به دیگر دارایی ها باشد.

بلیک و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۰۱)، یک مدل طیفی در تخمین ارزش ریسک و سرمایه گذاری در طرح مشارکت معین با لحاظ راهبردهای مختلف سرمایه گذاری مطرح کردند. آنها نشان دادند که طرح های منافع معین نسبت به مشارکت معین از ریسک بیشتری برخوردار بوده و تخمین ارزش در معرض ریسک آنها وابسته به راهبردهای اتخاذی است.

چروپات و میلوسکی<sup>۶</sup> (۲۰۰۲) یک مدل با حداکثر سازی بهینه معرفی کردند که دارای یک دارایی بدون ریسک و یک دارایی پرریسک بوده و در آن ریسک گریزی نسبی و حرکات بروانی هندسی مشاهده می شود.

1. Merton
2. Boulier et al
3. Contribution Risk
4. Cairns et al
5. Blake at al
6. Charupat and Milevski

منونسین<sup>۱</sup> (۲۰۰۵) درخصوص طرح‌های بازنشستگی توازن بین درآمد و هزینه<sup>۲</sup> نشان داد، در صورتی که شمار کارکنان از مستمری‌بگیران بیشتر افزایش یابد، پرتفوی بهینه ریسکی تر از پرتفوی مرتون خواهد بود.

منونسین و اسکایلت<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) در تحلیل پرتفوی طرح‌های بازنشستگی مزایای معین و مشارکت معین که تمامی دارایی‌های خود را در بازار سرمایه اختصاص داده بودند، نشان داد که در برخی از موارد خاص، پرتفوی بهینه برای طرح‌های مشارکت معین نسبت به مزایای معین از ریسک کم‌تری برخوردار است.

برونر<sup>۴</sup> (۲۰۰۸) نشان داد که کاربرد آزمایشی ارزش در معرض ریسک برای صندوق‌های بازنشستگی مکزیکی موجب کارایی سرمایه‌گذاری بیشتر و اثربخشی چارچوب مدیریت ریسک برای این صندوق شده است، اما کاربرد روش‌شناسی تحلیل داده‌های کوتاه‌مدت برای تخمین بلندمدت نمی‌تواند کارایی داشته باشد و باید در مدل ارزش در معرض ریسک بازنگیری کرد.

ژو<sup>۵</sup> (۲۰۱۶) نشان داد که انتخاب راهبرد پرتفوی بهینه در صندوق‌های بازنشستگی وابسته به درجه توسعه‌یافتگی بازار سرمایه در کشورهاست. وی با استفاده از علیت گرنجر و روش ارزش در معرض ریسک نشان داد که حداکثر ۲۰ درصد سرمایه‌گذاری در سهام می‌تواند مقدار متناسبی برای کشور چین باشد.

کانسیگلی و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۱۸) در بررسی نظارت بر مواجهه با سرمایه در معرض خطر در طول زمان نشان دادند که مسئله مدیریت دارایی- بدهی به عنوان یک برنامه چند مرحله‌ای تصادفی (MSP) با ساختار درخت سناریو زیربنایی قابل تدوین است که در آن مراحل تصمیم‌گیری با مراحل سالانه غیر تصمیم‌گیری با هدف نقشه برداری دقیق تکامل بدهی‌های صندوق ترکیب می‌شود. مدل آنها نشان داد که چگونه یک سیاست پویا با تکیه بر مجموعه‌ای از

1. Menoncin
2. pay-as-you-go
3. Scaillet
4. Fedor
5. Zhu
6. Consigli et al

معیارهای تصمیم گیری خاص، قادر است یک وضعیت پرداخت بدهی تعادل بلند مدت را در طی یک افق ۲۰ ساله به دست آورد.

جانکالی و بانکول<sup>۱</sup> (۲۰۱۹) نشان دادند که برای کمک به انتخاب بهینه صندوق در بین چهار صندوق موجود در طرح بازنشستگی مشارکتی در نیجریه، مدل انباشت پویا<sup>۲</sup> (DAM) و مدل کاهش خطر<sup>۳</sup> (RMM) را توسعه داده و اصلاح کردند. مشکل ایمنی یا عدم اطمینان مبلغ سرمایه گذاری شده این مدلها تعادل بین اهداف حداکثر رساندن ثروت و به حداقل رساندن ریسک در سرمایه گذاری صندوق بازنشستگی در نیجریه را نشان می دهند.

لاتوندی و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۲۰) در تحلیل کنترل های بهینه تصادفی برای صندوق های بازنشستگی با استفاده از یک مدل برنامه نویسی تصادفی براساس مدل مرتون نشان دادند که شرایط سهم و سرمایه گذاری بهینه در دارایی های پرخطر باید تعیین شوند. مطالعه موردی نیجریه، غنا و کنیا برای دوره های مختلف در شبیه سازی مدل در نظر گرفته شده است. بنابراین از شرایط نوسانات برای برآورد بهره وری برخی پارامترهای مهم مدل استفاده می شود.

این پژوهش با الهام از کارهای صورت گرفته، یک مدل ارزش در معرض ریسک تعدیل شده برای صندوق های بازنشستگی به شکل عمومی پیشنهاد می دهد.

### مدل پژوهش و برآورد مدل

اولین کاربرد ارزش در معرض ریسک برای صندوق های بازنشستگی در مکزیک معرفی شد که عمدتاً برای تخمین ریسک نوسان به کار رفت. اگرچه چارچوب استفاده شده در مکزیک دارای ایرادات اساسی است، به طوری که ارزش در معرض ریسک محاسبه شده بر مبنای روزانه و برگرفته از مدل بانکداری بدون هیچگونه تغییر در آن بود. در این بخش مدل ارزش در معرض ریسک متناسب با مشخصه های صندوق های بازنشستگی در سه گام مورد تعدیل قرار گرفته و تابع بهینه آن معرفی می شود.

- 1 . Johnally & Bankole
- 2 . Dynamic Accumulation Model
- 3 . Risk Minimizing Model
- 4 . Latunde et al

### تعدیل رویه سنجش زیان بالقوه پرتفوی

در این بخش فرض می‌کنیم که سرمایه‌گذار، پرتفوی خود را طی دوره  $h$  و  $t+h$  تغییر ندهد، بلکه تغییر صرفاً در نقطه  $t+h$  رخ دهد. اولین گام در این مرحله نگاهت عوامل ریسک برحسب عوامل سازنده پرتفوی است. در بخش بانکداری با توجه به رویکرد کوتاه‌مدت یک‌روزه، ارزش در معرض ریسک را می‌توان بین  $h$  و  $t+h$  ثابت در نظر گرفت، اما در پرتفوی صندوق‌های بازنشستگی که دارای مشخصه بلندمدت هستند، این امر نمی‌تواند مصداق داشته باشد. ارزش اسمی پرتفوی سرمایه‌گذاری به دلیل بهره‌گیری از ابزارهای مبتنی بر نرخ بهره در طول افق تخمین به دلیل تغییر در مجموع جریان‌های نقدی ایجاد شده ناشی از اوراق قرضه، تغییر می‌یابد. برای نگاهت ریسک واقعی در پرتفوی باید رفتار پرتفوی در ارتباط با ساختار آن در زمان  $h$  مدنظر قرار گرفته و تخمین ارزش در معرض ریسک با استفاده از ریشه دوم صورت گیرد. اگر قیمت در زمان  $t$  مشخص باشد، ارزیابی ارزش پرتفوی در زمان  $t+h$  با بهره‌گیری از منحنی نرخ بازده و جریان‌های نقدی ایجاد شده می‌تواند با تخمین ارزش  $t+h$  صورت گیرد.

### شناخت رویه سنجش نااطمینانی

سنجش ارزش در معرض ریسک وابسته به توزیع  $\Delta x_i$  حاصل از عناصر موجود در پرتفوی است. بنابراین، تخمین، وابسته به ارزش انتظاری تغییر عوامل ریسک طی دوره  $h$  است. روند قیمت عوامل ریسک آتی را می‌توان با  $E[\Delta x_i]$  نشان داد. بازده انتظاری به وسیله روش‌های پارامتریک (رویکرد واریانس - کوواریانس و مونت کارلو) و داده‌های تاریخی با رویکرد ناپارامتریک (شبیه‌سازی تاریخی) می‌توانند در تخمین ارزش در معرض ریسک استفاده شوند. البته استفاده از هر یک از روش‌های مذکور اقتضایی و وابسته به شرایط است. بازده موردانتظار در محاسبه ارزش در معرض ریسک بخش بانکداری به دلیل محاسبه روزانه به سهولت قابل محاسبه است اما در صندوق‌های بازنشستگی باید براساس افق زمانی بلندمدت برنامه‌ریزی شود، محاسبه بازده انتظاری از چالش بیشتری برخوردار است. در محاسبه بازده موردانتظار می‌توان دو رویکرد اتخاذ کرد. رویکرد اول یک رویکرد انفعالی است که در آن تغییرات آتی قیمت، امری



غیرقابل کنترل پنداشته می شود، اما در رویکرد دوم بازده انتظاری به وسیله متخصصان مستقلی پیش بینی می شود که در آن از نرخ های آتی و اطلاعات مرتبط با گزینه ها بهره گرفته می شود. توصیه می شود که تخمین  $E[\Delta x_i]$  بسیار بادقت صورت گیرد، زیرا بر تخمین ارزش در معرض ریسک و ریسک پرتفوی تأثیر گذار است.

اگر  $\forall i E[\Delta x_i] = 0$  باشد، ممکن است، تخمین کم تر از واقع سنج ارزش در معرض ریسک در رشد اقتصادی و تخمین بیشتر از واقع در زمان رکود صورت گیرد.

اگر  $\forall i E[\Delta x_i] = a_i$  باشد، تحلیل های ذهنی بیشتری وارد مدل تخمین شده و تخمین مبتنی بر طبقات مختلف دارایی را می طلبد.

تغییر در ارزش دارایی های با درآمد ثابت نیز می تواند ناشی از تغییر قیمت یا تغییر در نرخ بهره آنها باشد که در این حالت قیمت عامل ریسک و موقعیت نرخ بهره در پرتفوی و در حالت دوم عامل ریسک نرخ بهره و موقعیت قیمت اوراق در پرتفوی مورد تحلیل قرار می گیرد.

### گزینش رویه تعدیل مدل

در مدل ارزش در معرض ریسک نمی توان از داده های تاریخی برای تخمین بلندمدت بهره گرفت. در نتیجه مدل مذکور نمی تواند برای تخمین سرمایه قانونی برای صندوق های بازنشستگی کاربردپذیر باشد. در این حالت لازم است تا در مدل ارزش در معرض ریسک تعدیلات لازم صورت گیرد. فدر و مورل<sup>۱</sup> (۲۰۰۶) بیان کردند که برای  $n$  مشاهده در قالب یک سری زمانی  $\{\Delta x_i\}_{i=1}^T$  می توان از مدل های آرچ/ گارچ<sup>۲</sup> برای کمی سازی رفتار عوامل ریسک استفاده کرد. در این توزیع فرض می شود که توزیع داده ها به شکل نرمال تصادفی است.

این در حالی است که کریستوفرسون<sup>۳</sup> (۱۹۹۸) نشان می دهد، اگرچه در کوتاه مدت کاربرد مدل های گارچ کاراست، اما پیش بینی نوسان برای افق زمانی بیشتر از ۱۰ تا ۱۵ روز (حسب نوع دارایی) دیگر اثربخش نیست. در چارچوب مدل فدر و مورل (۲۰۰۶)، امکان استفاده از روش

1. Fedor and Morel  
2. Arch/Garch  
3. Christofferson

واریانس - کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی وجود ندارد، زیرا دوره بلندمدت موجب حساسیت بیش‌ازحد به تغییرات متعدد داده‌ها شده و امکان محاسبه سنجه ریسک را فراهم نمی‌سازد، لذا مدل شبیه‌سازی مونت کارلو پیشنهاد می‌شود.

در این مقاله یک مدل تصادفی به‌عنوان مدل بهینه برای حداکثرسازی مطلوبیت افراد عضو در صندوق بازنشستگی مدل‌سازی می‌شود که تابع هدف آن حداکثرکردن مطلوبیت انتظاری اعضاست. درعین‌حال، عامل ریسک به‌وسیله روش ارزش در معرض ریسک وارد مدل می‌شود. فرض می‌شود که صندوق‌های بازنشستگی، دارایی‌های خود را در سه بخش نقد، سهام و اوراق مشارکت، نگهداری می‌کنند، بنابراین از مدل حرکات براونی برای مدل‌سازی قیمت سهام و اوراق مشارکت بهره گرفته می‌شود. در این حالت ارزش ثروت صندوق را می‌توان با معادله زیر مدل‌سازی کرد.

در اینجا  $F(t)$  ثروت صندوق بازنشستگی است و  $tAT$  نیز عامل سالانه تعریف می‌شود که به‌صورت زیر می‌توان محاسبه کرد که در آن  $tP_T$  احتمال شرطی در زنده‌ماندن شخص برای دریافت مستری تا زمان  $T$  است.

∫

مرتون (۱۹۷۱) یک روش عمومی در ارتباط با بهینه‌سازی پرتفوی در حالت زمانی پیوسته با لحاظ ساختار بازار نسبتاً ساده معرفی کرد. یکی از مشارکت‌های علمی این مقاله را می‌توان به اضافه کردن عامل ریسک به مدل مرتون دانست.

حال اگر  $\omega_1$ ،  $\omega_2$  و  $\omega_3$  به ترتیب اوزان مربوط به سهم نقد، سهام و اوراق قرضه و  $C(t)$  سهم مشارکت اشخاص در پرتفوی صندوق بازنشستگی باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$dF(t) = F(t) \cdot \left[ \omega_1 \frac{ds_1(t)}{s_1(t)} + \omega_2 \frac{ds_2(t)}{s_2(t)} + \omega_3 \frac{dB_k(t)}{B_k(t)} \right] + C(t)dt + P(t)dt$$

این در حالی است که در این مدل نوسان قیمت دارایی های موجود در پرتفوی لحاظ نشده است. علاوه بر این باید مشخص کرد که منابع جدید از محل حق عضویت های جدید یا درآمدها حاصل از سرمایه گذاری هاست.

$$dF(t) = (F(t) \cdot \omega \cdot \gamma + F(t)r(t) + C(t) - P(t))dt + \omega \cdot \varphi \cdot F(t)dt$$

که در آن  $\gamma$  ماتریس کوواریانس میان سه عنصر تشکیل دهنده پرتفوی و  $\varphi$  ضریب همبستگی دو عنصر سهام و اوراق قرضه در پرتفوی است.

اگرچه بهره گیری از مدل ارزش در معرض ریسک برای بلندمدت به دلیل وجود نوسانات پیش بینی نشده کارا نیست. استفاده از قاعده ریشه مربع می تواند موجب شود تا انحراف از مقادیر واقعی طی دوره (نظیر روش واریانس) بهتر محاسبه شود. البته این امر در صورتی که متغیر دارای روند باشد، قدری امر را پیچیده می سازد (کریستوفرسن، ۱۹۹۷). داود<sup>۱</sup> (۲۰۰۱) پیشنهاد می کند در صورت وجود روند در افق زمانی بلندمدت از رویکرد ساده سازی<sup>۲</sup> استفاده شده و میانگین بلندمدت به عنوان پارامتر در نظر گرفته شود. بنابراین مناسب است از روش داود (۲۰۰۱) در خصوص صندوق های بازنشستگی استفاده شود.

در این حالت سنجه ارزش در معرض ریسک را می توان به عنوان حداقل درآمد پرتفوی در طی دوره نگهداری با یک سطح اطمینان ثابت تعریف کرد که در آن  $\mu$  معرف سطح اطمینان،  $L$  معرف متغیر تصادفی پرتفوی و  $FL()$  معرف تابع توزیع آن است، پس داریم:

$$\text{VaR}_\mu = \inf\{1 \in R: P(L \ll 1) \ll 1 - \mu\} = \inf\{1 \in R: F_L \leq 1 - \mu\}$$

1. Dowd
2. Simplistic Approach

اگرچه توزیع ثروت صندوق، ترکیبی از توزیع لگاریتمی و بهنجار (نرمال) است که بیان ریاضی آن را قدری دشوار می‌سازد، اما درعوض یک شبیه‌سازی کمی جهت حصول به نتایج علمی ارائه می‌دهد.

حال می‌توان تابع هدف بهینه، محدودیت‌های مرتبط با تابع هدف برای پرتفوی سه عضوی صندوق بازنشستگی و لحاظ مدل ارزش در معرض ریسک را به‌عنوان محدودیت دوم در بهینه‌سازی پرتفوی صندوق به‌صورت زیر مطرح ساخت:

$$\omega \quad [U(F(t), t)] \quad \omega.$$

بدین ترتیب مطابق با مدل ارائه‌شده، حداکثرسازی بازده انتظاری با لحاظ محدودیت ریسک و ویژگی‌های پرتفوی به‌عنوان راهبرد بهینه سرمایه‌گذاری در صندوق‌های بازنشستگی می‌تواند مطرح باشد. لحاظ دامنه ریسک محدودیت ۹۰٪ می‌تواند موجب اطمینان بیشتر در سرمایه‌گذاری شود.

### ارائه یافته‌ها و نتیجه‌گیری

شبهات و تفاوت‌های مهمی در به‌کارگیری مدل ارزش در معرض ریسک بانکداری برای صندوق‌های بازنشستگی وجود دارد که مهم‌ترین تفاوت میان آنها افق زمانی سرمایه‌گذاری است. پیش‌بینی می‌شود که به‌کارگیری مدل ارزش در معرض ریسک به‌منظور سنجش توانگری و نظارت مبتنی بر ریسک توسط صندوق‌های بازنشستگی مورد استفاده قرار گیرد. تجربه مکزیک در به‌کارگیری مدل ارزش در معرض ریسک نشان می‌دهد که صندوق‌های بازنشستگی آن کشور از آزادی بیشتر، تغییر رویه از نگهداری یک پرتفوی ساده به یک پرتفوی متنوع شده و افزایش بازده سرمایه‌گذاری آن صندوق حکایت دارد، اگرچه انتقاداتی بر روش‌شناسی علمی آن صندوق وارد است.

دومین یافته با اهمیت این پژوهش آن است که الگوی ارزش در معرض ریسک را می توان در مدل سرمایه گذاری بهینه صندوق های بازنشستگی وارد کرد. در این صورت بازده حاصل از سرمایه گذاری های صندوق، بازده تعدیل شده با لحاظ ریسک است که این امر چارچوب ایمن بیشتری را برای دولت و سرمایه گذاران می تواند همراه داشته باشد.

در نهایت اینکه صندوق های بازنشستگی کشور می توانند از مدل و نتایج حاصل از این پژوهش به منظور سنجش پویای ریسک سرمایه گذاری های خود بهره گیرند. همچنین نتایج این تحقیق برای مدیران شرکت ها در اتخاذ تصمیم های تأمین مالی، اعتباردهندگان از جمله بانک ها، تحلیل گران، سرمایه گذاران بورس و محققان حوزه اقتصاد مالی می تواند کاربردی باشد.

مروری بر پژوهش های حوزه ارزش در معرض ریسک برای سایر سرمایه گذاران نهادی نظیر صندوق های بازنشستگی، شرکت های تأمین سرمایه، صندوق های سرمایه گذاری مشترک و... اگرچه در عمل با فروض ناقصی مورد استفاده قرار می گیرند، اما توسعه تئوری آنها محدود به حوزه بانکداری و بخش بیمه است.

محدودیت اصلی این پژوهش در متد آن است، از آنجاکه استفاده از مدل های حاصل از ارزش در معرض ریسک با داده های تصادفی صورت می گیرد، همواره در این تکنیک این محدودیت وجود دارد که با تغییر ترکیب مجموعه داده ها، نتایج متفاوتی حاصل شود. نکته دیگر آن است که در صورت استفاده صندوق های از ابزارهای پوشش ریسک نظیر فیوچر سهام، آپشن و نظایر آن، موجب می شود تا درون مدل تعدیلاتی صورت گیرد که این امر نیازمند مدل سازی پیچیده تری است.

برای تحقیقات آتی پیشنهاد می شود که تحلیل راهبردهای ریسک بازار با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک بر حسب نوع طرح های بازنشستگی نظیر مشارکت معین و منافع معین طبقه بندی و تحلیل شود. تأثیر عواملی نظیر مالکیت نهادی و شاخصه های حکمرانی شرکتی نیز به مدل اضافه شود.

## منابع

- پیکارجو، کامبیز و حسین پور، بدریه (۱۳۸۹)، اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک در شرکت‌های بیمه با استفاده از مدل Garch، فصلنامه صنعت بیمه، سال بیست و پنجم، ش ۴.
- رستمیان، فروغ و حاجی‌بابایی، فاطمه (۱۳۸۸)، اندازه‌گیری ریسک نقدینگی بانک با استفاده از مدل ارزش در معرض خطر (مطالعه موردی بانک سامان)، پژوهشنامه حسابداری مالی و حسابداری، ش ۱ (۳).
- محسنی، حسین و صادقی شاهدانی، مهدی (۱۳۹۹)، تأثیر حاکمیت شرکتی و عملکرد مالی بر توانگری شرکت های بیمه، پژوهشنامه بیمه، دوره ۳۴، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۸.
- Battocchio, P., Menoncin, F., & Scaillet, O. (2007). Optimal asset allocation for pension funds under mortality risk during the accumulation and decumulation phases. *Annals of Operations Research*, 152(1), 141-165.
- Blake, D. (1999). Portfolio choice models of pension funds and life assurance companies: Similarities and differences. *Geneva Papers on Risk and Insurance. Issues and Practice*, 327-357.
- Botshekan, M. H., Sadeghi Shahdani, M., & Mohseni, H. (2018). Modeling Volatility Spillovers in Iran Capital Market. *International Journal of Finance & Managerial Accounting*, 3(10), 47-55.
- Boulier, J. F., Huang, S., & Taillard, G. (2001). Optimal management under stochastic interest rates: the case of a protected defined contribution pension fund. *Insurance: Mathematics and Economics*, 28(2), 173-189.
- Brunner, G., Rocha, R., & Hinz, R. (Eds.). (2008). Risk-based supervision of pension funds: Emerging practices and challenges. The World Bank.
- Cairns, A. (2000). Some notes on the dynamics and optimal control of stochastic pension fund models in continuous time. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 30(1), 19-55.
- Charupat, N., & Milevsky, M. A. (2002). Optimal asset allocation in life annuities: a note. *Insurance: Mathematics and Economics*, 30(2), 199-209.
- Christoffesen, P., & Diebold, F. (1997). How relevant is volatility forecasting for financial risk management? Financial Institutions Center, The Wharton School, University of Pennsylvania (No. 6844). Working Paper.
- Consigli, G., Moriggia, V., Benincasa, E., Landoni, G., Petronio, F., Vitali, S., ... & Uristani, A. (2018). Optimal multistage defined-benefit pension fund management. In *Handbook of Recent Advances in Commodity and Financial Modeling* (pp. 267-296). Springer, Cham.
- Dowd, K., Blake, D., & Cairns, A. (2003). Long-term value at risk. The Pensions Institute, Birkbeck College, University of London, London, U.K., Discussion Paper PI-0006.
- Johncally, A., & Bankole, A. (2019). On mathematical models for pension fund optimal selection strategies. *American Journal of Economics and Business Management*, 2(4), 26-60.

- Jorion, P., Value at Risk, 2nd edition. McGraw-Hill, New York, 2001.
- Latunde, T., Esan, O. O., Richard, J. O., & Dare, D. D. (2020). Analysis of a Stochastic Optimal Control for Pension Funds and Application to Investments in Lower Middle-Income Countries. *Journal of the Nigerian Society of Physical Sciences*, 1-6.
- Merton, R. C. (1975). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. In *Stochastic Optimization Models in Finance* (pp. 621-661). Academic Press.
- Mohseni, H. (2017). Volatility Spillover and Dynamic conditional correlation of exchange rate on banks stock index. *Journal of Monetary & Banking Research*, 10(31), 1-28.
- Sadeghi Shahdani, M., & Mohseni, H. (2019). Exchange Rate Volatility Spillovers to Iran Capital Market. *Quarterly Journal of Applied Theories of Economics*, 6(1), 77-96(In farsi).
- Sadeghi Shahdani, M., & Mohseni, H. (2019). The Effect of Corporate Governance and Financial Performance on the Solvency of Insurance Companies. *Iranian Journal of insurance research*, 34(3), Number 135, Winter 2019, 39-61(In farsi).
- Zhu, Wenpei. "Pension investment in China." *Rahoituksen laitos*, master thesis in Department of Finance, 20 Modeling the Optimal Value Model at Risk in Pension Funds.