



### Identification and analysis of factors affecting the valuation error of option contract in the Black-Scholz-Merton model

Zhina Nanva Savojbolaghi <sup>1</sup> | Danial Mohamadi <sup>2</sup> | Naem Shokri <sup>3</sup> | Emran Mohamadi <sup>4</sup>

#### Abstract

Due to the increase in the trading of option contracts in the last few years, the discussion of accurate and correct valuation of this financial instrument is raised and important. Despite the wide use of this model for the pricing of option contracts, this model has a calculation error. The present study aims to investigate the impact of three variables—historical volatility, the in-the-money status of the underlying asset in the options contract, and the time remaining until maturity—on the error of the Black-Scholes-Merton model in pricing options contracts. The analysis reveals discrepancies between the theoretical prices generated by the model and the actual market prices. Using Stata software and panel data regression, the influence of these three variables on the Black-Scholes-Merton model's error was estimated, and the results indicate a positive correlation between each of these variables and the model's error. This study utilized data from options contracts between 2019 and 2023. Furthermore, the Root Mean Square Error (RMSE) metric was calculated, revealing a 55% discrepancy between the prices estimated by the Black-Scholes-Merton model and the actual market prices.

**Keywords:** Option contracts, Volatility, Model Error, Black-Scholes-Merton Model, Tehran Securities Exchange.

Research Paper

Received:  
30 August 2024  
Revised:  
23 October 2024  
Accepted:  
6 November 2024  
Published:  
1 January 2025

ISSN: 2717-1809  
E-ISSN: 2717-199x



DOR: 20.1001.1.27171809.1403.5.4.2.5

1. Ph.D. student, Department of Finance, Faculty of Management, Azad University, Science and Research Unit, Tehran, Iran.
2. PhD student, Department of Financial Engineering, Faculty of Industrial Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran.
3. Corresponding Author: Assistant Professor, Department of Health Economics, Faculty of Health, Baqiyatullah University of Medical Sciences, Tehran, Iran. [naeimshokri@gmail.com](mailto:naeimshokri@gmail.com)
4. Associate Professor, Department of Financial Engineering, Faculty of Industrial Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran.

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution Non-Commercial (CC-BY-NC) license.







## شناسایی و تحلیل عوامل موثر بر خطای ارزش‌گذاری قرارداد اختیار معامله در مدل بلک\_شولز\_مرتون

ژینا نانوای ساوجبلاغی<sup>۱</sup> | دانیال محمدی<sup>۲</sup> | نعیم شکری<sup>۳</sup> | عمران محمدی<sup>۴</sup>

سال پنجم  
زمستان ۱۴۰۳  
صص: ۷۱-۹۳

### مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت:  
۱۴۰۳/۰۶/۰۹  
تاریخ بازنگری:  
۱۴۰۳/۰۸/۰۲  
تاریخ پذیرش:  
۱۴۰۳/۰۸/۱۶  
تاریخ انتشار:  
۱۴۰۳/۱۰/۱۲

شاپا چاپی: ۲۷۱۷-۱۸۰۹  
الکترونیکی: x: ۲۷۱۷-۱۹۹



DOR: 20.1001.1.27171809.1403.5.4.2.5

### چکیده

با توجه به افزایش معامله قراردادهای اختیار معامله در چند سال اخیر، بحث ارزش‌گذاری دقیق و صحیح این ابزار مالی مهم، مطرح می‌شود. علی‌رغم استفاده زیاد از این مدل برای قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله، این مدل دارای خطای محاسباتی است. پژوهش حاضر با هدف تاثیر سه متغیر نوسان‌پذیری تاریخی، وضعیت در سود بودن نماد معاملاتی قرارداد اختیار معامله و تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید، بر روی خطای مدل بلک\_شولز\_مرتون، به منظور قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله انجام شده است. با بررسی‌های صورت گرفته مشاهده می‌شود که قیمت تنوریک به‌دست آمده از مدل مذکور، با قیمت بازار اختلاف دارد. به‌کمک نرم‌افزار استتا و انجام رگرسیون پانل دیتا، تاثیر سه متغیر مذکور بر خطای مدل بلک\_شولز\_مرتون برآورد شد و نتیجه نشان از مثبت بودن همبستگی هر سه متغیر با خطای مدل بلک\_شولز\_مرتون دارد. در این تحقیق، اطلاعات نمادهای قراردادهای اختیار معامله از سال ۱۳۹۸ تا سال ۱۴۰۲ مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه بر این، شاخص خطای جذر میانگین مربعات محاسبه شد که تفاوت بین مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر واقعی را نشان می‌دهد و نتایج حاکی از وجود تفاوت ۵۵ درصدی بین قیمت محاسبه‌شده توسط مدل بلک\_شولز\_مرتون و قیمت واقعی بازار است.

**کلیدواژه‌ها:** قراردادهای اختیار معامله؛ نوسان‌پذیری، خطای مدل، مدل بلک\_شولز\_مرتون، بورس تهران

۱. دانشجوی دکتری گروه مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.
۲. دانشجوی دکتری گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران.
۳. نویسنده مسئول: استادیار گروه اقتصاد سلامت، دانشکده بهداشت، دانشگاه علوم پزشکی بقیه الله (عج)، تهران، ایران.  
naeimshokri@gmail.com
۴. دانشیار گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران.

این مقاله یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت شرایط و ضوابط مجوز (CC BY-NC) Creative Commons Attribution Non-Commercial توزیع شده است.



## مقدمه و بیان مسئله

از مهم‌ترین ابزار مشتقه مالی، قراردادهای اختیار معامله<sup>۱</sup> و آتی<sup>۲</sup> می‌باشند که هم‌اکنون در حجم وسیعی در بازارهای مالی سراسر دنیا، مورد دادوستد قرار می‌گیرد (اسماعیل‌زاده، ۱۳۹۴: ۵۷). استفاده از ابزارهای مالی در دنیای سرمایه‌گذاری، با سه هدف کلی مدیریت ریسک، کشف قیمت و کاهش هزینه‌های معاملاتی، پیوسته در حال افزایش است (بهرادمهر، ۱۴۰۱: ۶۹). اختیار معامله، به‌عنوان یکی از ابزارهای مشتقه در بازارهای مالی جهانی و پیشرفته، جایگاه خود را به‌عنوان ابزاری مهم به‌دست آورده است، به‌طوری که در اکثر بازارهای شناخته‌شده و معتبر دنیا از اختیار معاملات به‌صورت گسترده‌ای استفاده می‌شود (نصیری، ۱۴۰۲: ۵۱). اختیار معامله، قراردادی است که به دارنده‌ی آن حق خرید یا فروش دارایی مشخصی<sup>۳</sup> را در تاریخ سررسید مشخص<sup>۴</sup> و با قیمت توافقی<sup>۵</sup> معین شده در قرارداد می‌دهد و دارنده‌ی اختیار معامله می‌تواند از حق خود استفاده کند یا آن را نادیده بگیرد (راعی، ۱۳۹۸). در ایران، سرمایه‌گذاری در قراردادهای مشتقه عمر چندان طولانی ندارد و جزء ابزارهای نوین مالی محسوب می‌شود. این قراردادها در سال ۱۳۹۵ در ایران برای اولین بار عرضه شد و معاملات آن تاکنون ادامه دارد و از سال ۱۳۹۸، معاملات اختیار معامله گسترش زیادی پیدا کرده است. با توجه به افزایش معامله قراردادهای اختیار معامله در چند سال اخیر، بحث ارزش‌گذاری دقیق و صحیح این ابزار مالی مطرح و مهم می‌شود. به‌دلیل گسترده شدن معاملات قراردادهای اختیار معامله در ایران و دنیا، قیمت‌گذاری صحیح و به‌دور از خطای این ابزار مالی اهمیت زیادی پیدا می‌کند. در حال حاضر، رابطه قیمت‌گذاری بلک-شولز-مرتون به‌طور گسترده توسط فعالان بازار قراردادهای اختیار معامله مورد استفاده قرار می‌گیرد (صائبی، ۱۳۹۵). مدل قیمت‌گذاری بلک-شولز-مرتون، در تاریخ مدل‌سازی مالی، به‌عنوان نقطه عطفی شناخته می‌شود. این مدل توسط همه بورس‌های پیش‌رو در جهان، سرمایه‌گذاران و معامله‌گران مورد استفاده قرار می‌گیرد (کومار<sup>۶</sup>، ۱۳۹۶: ۶). مدل محبوبی که نزدیک به چند دهه برای قیمت‌گذاری این قراردادها مورد استفاده قرار می‌گیرد و همان‌طور که بیان شد، با مقایسه قیمت تئوریک

1. Options
2. Futures
3. Underlying Asset
4. Expiration
5. Strike Price
6. Kumar

به دست آمده از مدل بلک-شولز-مرتون با قیمت بازار متوجه می‌شویم، علی‌رغم استفاده زیاد از این مدل برای قیمت گذاری قراردادهای اختیار معامله، این مدل دارای خطای محاسباتی است. هدف این پژوهش شناسایی تعدادی از عواملی است که بر این خطای محاسباتی اثر می‌گذارند تا با آگاهی بیشتر برای قیمت گذاری قراردادهای اختیار معامله با استفاده از مدل بلک-شولز-مرتون اقدام کنیم. هنگام استفاده از مدل بلک-شولز-مرتون برای قیمت گذاری قراردادهای اختیار معامله و مقایسه قیمت‌های به دست آمده با قیمت‌های در حال معامله در بازار، اختلاف این دو قیمت به چشم می‌خورد، پس می‌توان نتیجه گرفت در مدل مذکور خطاهایی وجود دارد. اعتماد کامل به قیمت محاسبه شده توسط مدل بلک-شولز-مرتون با علم به وجود خطا در این مدل، منطقی به نظر نمی‌رسد و ممکن است حتی سرمایه‌گذاران را در گرفتن موقعیت خرید یا فروش و ضرر و زیان دچار اشتباه کند؛ پس در پژوهش حاضر تلاش بر این است تا با مطالعه پژوهش‌های پیشین انجام شده، متغیرهای موثر بر وجود اختلاف قیمت را شناسایی کرده و تاثیر این متغیرها بر روی وجود اختلاف قیمت قراردادهای اختیارهای بازار بورس تهران، سنجیده شود. در این پژوهش با روش رگرسیون-پانل، تاثیر سه متغیر، تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید، وضعیت در سود بودن قرارداد اختیار معامله و نوسان پذیری تاریخی<sup>۱</sup> را بر خطای مدل بلک-شولز-مرتون سنجیده شده و بررسی می‌شود که آیا متغیرهای استخراج شده باعث وجود اختلاف بین قیمت بازار و قیمت تئوریک قراردادهای اختیار معامله هستند یا خیر؟ برای این منظور سعی شده از دارایی‌های پایه متنوع (سهام<sup>۲</sup> و صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله<sup>۳</sup>)، از صنایع متنوع بهره‌گیری شود تا نتایج حاصله، قابلیت اتکای بالاتری داشته باشد. در نهایت از شاخص خطای جذر میانگین مربعات برای برآورد خطای قیمت گذاری مدل بلک-شولز-مرتون بهره گرفته شده است.

## مبانی نظری پژوهش

ارزش گذاری یک دارایی، روشی برای تعیین قیمت فعلی آن دارایی است. در این پژوهش، قیمت بازار اختیار معامله، یکی از پارامترهای مهم می‌باشد، زیرا تحصیل‌کننده‌ی ورقه اختیار معامله، با پرداخت این قیمت بازاری به ازای هر ورقه به واگذارکننده‌ی آن، صاحب ورقه اختیار

- 
1. Historical volatility
  2. Stock
  3. ETF

معامله می‌شود و اختیار اعمال کردن یا نکردن اختیار را در سررسید به دست می‌آورد، پس به همین جهت تعیین قیمت منصفانه برای ورقه اختیار معامله، اهمیت پیدا می‌کند. قیمت بازار اختیار معامله، همان قیمتی است که هر ورقه اختیار معامله، با آن قیمت در بازار خرید و فروش می‌شود. در طی سال‌های گذشته مدل‌های بسیاری برای قیمت گذاری اختیار معامله معرفی شده است که معروف-ترین و محبوب‌ترین مدل معرفی شده، همان مدل بلک-شولز-مرتون است که در سال ۱۹۷۳ معرفی شد. مدل بلک-شولز-مرتون، معروف‌ترین تابع قیمت گذاری اختیار معامله می‌باشد و علت اتلاق کلمه‌ی تابع به این مدل، به علت مرتبط کردن قیمت اختیار معامله به پارامترهایی هم‌چون قیمت توافقی، قیمت جاری دارایی پایه، زمان تا سررسید، نرخ بازدهی بدون ریسک و نوسان قیمت است (سلمانی، ۱۳۹۶). قیمت اختیار خرید از طریق مدل بلک-شولز-مرتون، طبق رابطه‌ی (۱) محاسبه می‌شود.

$$c = S \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-rt} \cdot N \quad (1)$$

قیمت اختیار فروش از طریق مدل بلک-شولز-مرتون، طبق رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

$$p = K \cdot e^{-rt} \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1) \quad (2)$$

پارامترهای  $d_1$ ،  $d_2$  و  $N(d)$ ، به ترتیب طبق رابطه‌های (۳)، (۴) و (۵) محاسبه می‌شوند.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (4)$$

$$N(-d_1) = 1 - N(d_1) \quad (5)$$

در مدل بلک-شولز، مفروضاتی وجود دارد که به شرح زیر بیان می‌شود:

- نرخ بازدهی بدون ریسک کوتاه مدت ( $r$ )، ثابت است.
- رفتار قیمت دارایی پایه از فرآیند تصادفی پیروی می‌کند و توزیعی لگ نرمال دارد.

- دارایی پایه در طول عمر اختیار معامله، سود پرداخت نمی‌کند.
- اختیار معامله تنها در سررسید قابل اعمال است و نوع آن فقط اروپایی است.
- هزینه معاملاتی یا مالیاتی ندارد.
- اوراق بهادار، قابل تفکیک هستند.
- هیچ‌گونه فرصت آربیتراژی وجود ندارد.
- معاملات به صورت پیوسته در بازار انجام می‌شود.
- نرخ وام‌گیری و وام‌دهی سرمایه‌گذاران یکسان است.

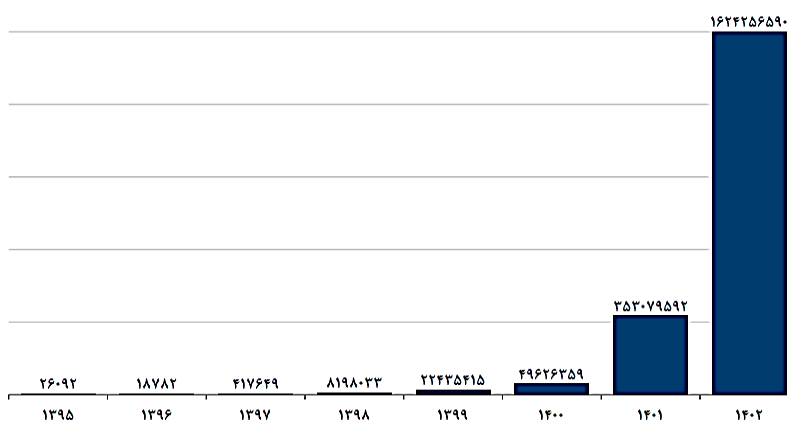
فرضیات پژوهش حاضر، استخراج شده از پژوهش‌های پیشین در این زمینه است. تعداد شش تحقیق در این رابطه انجام شده که نتیجه آن تعداد چهار متغیر تاثیرگذار بر خطای مدل قیمت‌گذاری می‌باشد. از چهار متغیر موجود، سه متغیر به‌منظور تاثیر آن بر نمادهای "اختیار معامله بورس تهران" کمک گرفته شده است. زمانی که تحلیل حساسیت بر روی مدل قیمت‌گذاری انجام می‌شود، حساسیت یک متغیر با فرض ثابت بودن باقی متغیرها در نظر گرفته می‌شود، درحالی‌که در واقعیت و معاملات این قراردادها، این‌گونه نیست و معامله‌گران تمامی شرایط و متغیرها را هم‌زمان در نظر گرفته و اقدام به سفارش‌گذاری می‌کنند. به‌همین دلیل در این تحقیق سعی بر آن بوده که علت خطا در قیمت‌گذاری را به صورت عملی با معاملات بازار بررسی کرده و به لحاظ علمی اعتبار آن سنجیده شود. اوراق بهادار مشتقه، در قالب قراردادی بین دو معامله‌کننده است، که تعداد معینی از دارایی یا جریان نقدی را با قیمت مشخص و در زمان مشخص در آینده معامله می‌شوند (ساندرز، ۱۳۹۶). قیمت یا ارزش اختیار معامله براساس تعدادی از عوامل و متغیرهای مرتبط با دارایی پایه، طبق جدول ۱ و بازار مالی تعیین می‌شود (افخمی، ۱۴۰۲).

جدول ۱. عوامل موثر بر ارزش قرارداد اختیار معامله

| اختیار خرید<br>اروپایی | اختیار فروش<br>اروپایی | اختیار خرید<br>آمریکایی | اختیار فروش<br>آمریکایی |                                 |
|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------------|
| +                      | -                      | +                       | -                       | قیمت دارایی پایه                |
| -                      | +                      | -                       | +                       | قیمت اعمال                      |
| ؟                      | ؟                      | +                       | +                       | زمان تا سررسید                  |
| +                      | +                      | +                       | +                       | نوسان پذیری قیمت<br>دارایی پایه |
| +                      | -                      | +                       | -                       | نرخ بازدهی بدون<br>ریسک         |
| -                      | +                      | -                       | +                       | بازده نقدی دارایی پایه          |

منبع: یافته‌های پژوهش

در نمودار ۱ نیز حجم معاملات قراردادهای اختیار معامله طی سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۴۰۲ آورده شده است که نشان‌دهنده رونق آن از سال ۱۳۹۸ به بعد بوده است.



نمودار ۱. حجم سالانه معاملات قراردادهای اختیار معامله بورس تهران (برحسب قرارداد)

منبع: یافته‌های پژوهش



## پیشینه پژوهش

در تحقیقی که توسط (ازور<sup>۱</sup>، ۱۳۹۹: ۱۷) با عنوان "راه‌حل تحلیلی معادله بلک-شولز-مرتون در پیش‌بینی قیمت بازار و تورش قیمت‌گذاری آن" انجام شد، از آزمون کولموگوروف-سمینوروف برای شناسایی توزیع قیمت بلک-شولز و قیمت‌های بازار استفاده شد و نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که قیمت توافقی، پارامتری موثر بر خطای قیمت‌گذاری مدل بلک-شولز-مرتون است. در این تحقیق مشاهده شد که افزایش قیمت توافقی، منجر به افزایش خطای مدل بلک-شولز-مرتون می‌شود. پژوهش دیگری که در این زمینه انجام شد، توسط (ستار<sup>۲</sup>، ۱۳۹۹: ۳۳) بود و عنوان آن "بررسی تأثیر تنوع اختیارات از نظر سررسید و وضعیت در سود بودن در قیمت‌گذاری نادرست بلک-شولز" است که در این پژوهش از داده‌های مرتبط با اختیار خرید ۵۰ صندوق قابل معامله شانگهای که در بورس اوراق بهادار شانگهای معامله شده و قیمت سهام اوراق بهادار پایه که از طریق پایگاه داده تحقیقاتی بازار سهام و حسابداری چین جمع‌آوری شده، استفاده شد. در این مطالعه، پژوهش‌گران سه فرض آماری را در رابطه با موضوع مطرح کرده و آنها را با استفاده از آزمون‌های آماری بررسی کردند. فرض اول که عدم وجود تفاوت معنی‌دار بین قیمت‌های بازار و قیمت‌های مدل بلک-شولز-مرتون بود یعنی قیمت‌گذاری مدل بلک-شولز-مرتون بدون خطا است. برای آزمون کردن این فرض، قیمت‌های پیش‌بینی شده توسط مدل بلک-شولز-مرتون با قیمت‌های بازار مقایسه شد. روشی که از آن استفاده شد آزمون t زوجی بود. آزمون t زوجی نمونه‌ها، میانگین دو نمونه از متغیرهای مشابه را مقایسه می‌کند. برای آزمون این فرضیه از نرم‌افزار SPSS استفاده شد. طبق نتایج مشاهده شده، فرضیه صفر رد شده و نشان می‌دهد که خطای قیمت‌گذاری در مدل بلک-شولز-مرتون وجود دارد. فرض دوم که در این پژوهش بررسی شد این بود که تفاوت آماری معنی‌داری بین میانگین خطای قیمت‌گذاری نسبی در کوتاه مدت، میان مدت و بلندمدت وجود ندارد که برای آزمون کردن آن، از آزمون کای-دو استفاده شده. آزمون کای-دو، میانگین خطای قیمت‌گذاری مطلق را در سه گروه مقایسه می‌کند. خطای قیمت‌گذاری نسبی مطلق به‌عنوان متغیر وابسته و گروه‌ها (انواع سررسید) به‌عنوان نمونه‌های مستقل برای اجرای آزمون کای-دو در نرم‌افزار SPSS عمل می‌کند. نتایج به‌دست آمده نشان

1. Azor  
2. Sattar

می‌دهد که فرضیه صفر رد شده و تفاوت خطای قیمت گذاری از کوتاه‌مدت به بلندمدت زیاد است. فرض آخر و سوم بررسی شده در پژوهش، عدم وجود تفاوت آماری معنی‌دار بین میانگین خطای قیمت گذاری نسبی توسط اختیارهای بسیار در سود، در سود، کمی در سود، در زیان و بسیار در زیان بود که برای آزمون کردن آن، از آزمون کای-دو و نرم‌افزار SPSS استفاده شد و میانگین خطای قیمت گذاری نسبی هر پنج دسته با هم مقایسه شد و در نهایت فرض سوم رد شد و این به معنی وجود تفاوت معنی‌دار بین طیف‌های مختلف در سود بودن یا در زیان بود اختیار است. این مطالعه نشان داد که بین قیمت بازار و قیمت پیش‌بینی شده توسط مدل بلک-شولز-مرتون تفاوت وجود دارد که نشان‌دهنده خطای مدل مذکور است. این پژوهش ارتباط خطا را با دو مولفه‌ی سررسید و وضعیت در سود بودن اختیار سنجید و آن‌طور که مشاهدات نشان داد، خطای مدل بلک-شولز-مرتون در سررسیدهای کوتاه‌مدت، زیاد و در سررسیدهای بلندمدت، کم می‌باشد. از نظر وضعیت در سود بودن نیز اختیارهای در زیان میزان خطای بیشتری نسبت به اختیارهای در سود از نظر قیمت گذاری دارند. (کومار، ۱۳۹۶: ۶) با عنوان "بررسی تجربی مدل قیمت گذاری اختیار خرید بلک-شولز-مرتون با استناد به بورس اوراق بهادار ملی هند" انجام دادند، که در آن کارایی مدل بلک-شولز-مرتون را در مورد اختیارهایی که دارای پایه‌ی آنها، هشت سهم شرکت‌های هندی است بررسی کردند. نمونه‌ای که در این تحقیق استفاده شد، ۵۳۶۲ اختیار خرید روی هشت سهم در سال‌های ۲۰۰۹ و ۲۰۱۰ بود که قیمت پایانی اختیارها مورد توجه قرار گرفت. معیارهای میانگین خطا، درصد میانگین خطا، درصد میانگین خطای مطلق، خطای میانگین مربع، خطای میانگین مربع ریشه و ضریب نابرابری، در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفت و نوسان سهام پایه به‌عنوان مولفه‌ای که بر خطای مدل بلک-شولز-مرتون اثر می‌گذارد، شناخته شد و هرچه نوسان سهام پایه بیشتر باشد، خطای مدل بلک-شولز-مرتون نیز بیشتر می‌شود. طی پژوهشی که (باتن<sup>۱</sup>، ۱۳۸۶: ۱۶۵) با عنوان "تورش تخمین پارامتر و مقیاس‌پذیری نوسان در قیمت‌های اختیار بلک-شولز" انجام دادند، مدل بلک-شولز-مرتون را برای قیمت‌گذاری اختیار ارز خارجی مورد ارزیابی قرار دادند و طی پژوهش خود متوجه شدند که مدل بلک-شولز-مرتون ارزش اختیارهای معامله ارز خارجی را تا ۲۳ درصد برای قراردادهای به قیمت را نادرست قیمت گذاری می‌کند و

1. Batten

نتایج پژوهش آن‌ها همچنین موثر بودن وضعیت در سود بودن و زمان تا سررسید را بر خطای مدل بلک-شولز-مرتون نشان داد. برای اختیارهای خرید، با افزایش زمان تا سررسید، خطای مدل بلک-شولز افزایش می‌یابد. پژوهشی دیگر در این زمینه توسط (جن‌سی<sup>۱</sup>، ۱۳۸۲: ۷۳) انجام شد که "درجه قیمت‌گذاری اشتباه با مدل بلک شولز و درمان‌های ناپارامتریک" نام داشت که در آن اثر وضعیت در سود بودن اختیار (در سود یا در زیان بودن) و نوسانات قیمت دارایی پایه اختیار بر خطای مدل بلک-شولز-مرتون را مورد ارزیابی قرار دادند. در زمینه وضعیت در سود بودن اختیار معامله، آنها بعداز مشاهده کردن سوگیری قیمت زیاد در اختیارهایی که در زیان هستند؛ از شبکه‌های فیدفوروارد<sup>۲</sup> برای حذف این سوگیری‌ها استفاده کردند. شبکه‌های فیدفوروارد یکی از روش‌های شبکه عصبی و از جدیدترین تکنیک‌هایی است که در مدل‌سازی غیرخطی استفاده می‌شود. آنها بعداز بررسی‌های خود متوجه شدند که مدل بلک-شولز-مرتون، قیمت بازار اختیارهای در زیان را بیشتر از حد واقعی شان و اختیارهای در سود را کمتر از حد واقعی آنها قیمت‌گذاری می‌کند. یافته‌های کلی آنها نشان داد که سوگیری قیمت‌گذاری بلک شولز با افزایش نوسان افزایش می‌یابد و این مدل، مدل مناسبی برای قیمت‌گذاری اختیارهای در زیان و با نوسان بالا نیست اما شبکه‌های فیدفوروارد توان کنترل قیمت را برای اختیار خریدهای با نوسان بالا و در زیان دارند. (مک‌بس<sup>۳</sup>، ۱۳۵۸: ۱۱۷۳) با انجام پژوهش دیگری با نام "بررسی تجربی مدل قیمت‌گذاری اختیار خرید بلک-شولز" ثابت کردند که قیمت محاسباتی مدل بلک-شولز با قیمت بازار هم-خوانی ندارند و این مدل، قیمت اختیار معامله‌های در سود (در زیان) را به‌طور متوسط کمتر (بیشتر) از قیمت بازار تعیین می‌کند. آنها هم‌چنین متوجه شدند مدل بلک-شولز-مرتون با کاهش سررسید یا افزایش یافتن در سود (در زیان) بودن اختیارهای معامله میزان کمتر (بیشتر) از حد قیمت‌گذاری کردن اختیار معامله نسبت به قیمت بازار را افزایش می‌دهد. این سوگیری قیمت نشان می‌دهد که نوسانات تاریخی با قیمت اعمال رابطه عکس دارد. یکی دیگر از مشاهدات (مک‌بس، ۱۳۵۸: ۱۱۷۳) این بود که مدل بلک-شولز اختیارهای به قیمت که حداقل ۹۰ روز تا سررسید آنها باقی-مانده است را به خوبی قیمت‌گذاری می‌کند، زیرا نوسان تاریخی اختیارهای به قیمت، واریانس

1. Gencay  
2. FeedForward  
3. MacBeth

واقعی هستند. در بین شش تحقیقی که در حوزه‌ی شناسایی عوامل موثر بر خطای مدل بلک-شولز-مرتون معرفی شد، از بین چهار متغیر "قیمت توافقی"، "سررسید"، "نوسان تاریخی" و "وضعیت در سود بودن اختیار یا در زیان بودن اختیار"، اثر تعداد سه متغیر از این چهار متغیر، بر خطای مدل سنجیده شد.

### روش شناسایی پژوهش

قلمرو زمانی این پژوهش، از ابتدای سال ۱۳۹۸ تا پایان سال ۱۴۰۲ به مدت ۵ سال است. قلمرو مکانی این پژوهش، نمادهای اختیار معامله‌هایی هستند که دارای پایه آنها، سهام و صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله پذیرفته شده در بورس تهران است. قلمرو موضوعی این پژوهش «ارزش-گذاری اختیار معامله» می‌باشد، که هدف آن است عوامل موثر بر خطای مدل بلک-شولز-مرتون را بررسی شده و تاثیر آنها را بر خطای مدل مذکور بررسی گردد. برای انجام پژوهش حاضر باید از نمونه‌ای مناسب، کامل و جامع در پیشبرد هدف این پژوهش، یعنی بررسی عوامل اثرگذار روی خطای مدل بلک-شولز استفاده کرد. علت استفاده از نمونه به‌جای جامعه، معامله برخی از نمادهاست که حجم معامله کمی را به‌ثبت رسانده‌اند و در صورت استفاده از آنها، به نتیجه درست و واقعی از پژوهش نخواهیم رسید. برای این منظور، نمونه از بین جامعه‌ی مورد بررسی که شامل تمام اختیار معامله‌های منتشر شده از سال ۱۳۹۸ تا سال ۱۴۰۲ است؛ انتخاب می‌شود، به‌طوری که اختیارهای انتخاب شده در هر سه ماه حداقل یک‌بار معامله شده باشند و اختیارهایی که این شرایط را نداشته باشند از لیست نمونه‌ی مورد بررسی حذف می‌شوند؛ هم‌چنین اختیارهایی را که تعداد روز باقی‌مانده تا سررسید آنها ۶ روز کمتر باشد را نیز از لیست نمونه خارج می‌شوند. فیلتر دیگری نیز بر دارایی پایه اعمال می‌شود و آن حذف دارایی‌های پایه‌ایست که تنها یک سررسید از اختیار معامله را دارند. نمادهای دارایی پایه مورد استفاده در پژوهش حاضر، در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲. دارایی‌های پایه مورد استفاده در پژوهش

| نوع                    | صنعت                                | نام (شرح)                            | نماد   |
|------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--------|
| سهام                   | خودرو و ساخت قطعات                  | ایران خودرو                          | خودرو  |
|                        |                                     | سایپا                                | خسپا   |
|                        |                                     | گروه بهمن                            | خبهمن  |
|                        | فرآورده‌های نفتی، کک و سوخت هسته‌ای | پالایش نفت اصفهان                    | شپنا   |
|                        |                                     | پالایش نفت تهران                     | شتران  |
|                        | فلزات اساسی                         | فولاد مبارکه اصفهان                  | فولاد  |
|                        |                                     | ملی صنایع مس ایران                   | فملی   |
|                        |                                     | ذوب آهن اصفهان                       | ذوب    |
|                        | بانک‌ها و موسسات اعتباری            | بانک ملت                             | وبملت  |
|                        |                                     | بانک صادرات ایران                    | وبصادر |
|                        | شرکت‌های چندرشته‌ای صنعتی           | سرمایه‌گذاری تامین اجتماعی           | شستا   |
|                        | اطلاعات و ارتباطات                  | داده‌گستر عصر نوین                   | های وب |
| صندوق‌های سرمایه‌گذاری | صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل‌معامله  | صندوق سرمایه‌گذاری سهامی کاریزما     | اهرم   |
|                        |                                     | صندوق سرمایه‌گذاری سرو سودمند مدبران | سرو    |
|                        |                                     | صندوق سرمایه‌گذاری سهامی شتاب آگاه   | شتاب   |

منبع: یافته‌های پژوهش

در این تحقیق ابتدا با استفاده از مطالعات کتابخانه‌ای، به جمع‌آوری پیشینه پژوهش پرداخته شده و متغیرهایی که می‌بایست در ادامه مسیر این پژوهش اثر آن‌ها را بر خطای مدل بلک-شولز-مرتون سنجیده شود از تحقیقات انجام شده در این زمینه انتخاب می‌شوند. در ادامه برای جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز باید از اطلاعات مرتبط با معاملات قراردادهای اختیار معامله‌های موجود در نمونه مورد بررسی که در سایت شرکت مدیریت فناوری بورس تهران<sup>۱</sup> موجود می‌باشند،

1. www.tsetmc.com

استفاده شود. ابتدا آمار معاملات اختیار معامله‌های بورس تهران موجود در سایت مدیریت فناوری بورس تهران را استخراج کرده و جمع‌آوری می‌شوند. اطلاعات مورد نیاز ما، شامل قیمت تئوریک قراردادهای اختیار معامله، قیمت بازار (قیمت معامله‌شده قراردادها)، تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید هر قرارداد، نوسان‌پذیری دارایی پایه هر قرارداد و وضعیت در سود بودن آنها می‌باشد. روش تجزیه و تحلیل داده‌های ما در این مطالعه، استفاده از رگرسیون پانل می‌باشد، تا تاثیر متغیرهای مستقل (سررسید، نوسان‌پذیری دارایی پایه، در سود و در زیان بودن اختیار) را بر روی متغیر وابسته (خطای مدل بلک-شولز) بررسی شود. از آنجا که داده‌ها را برای اختیار معامله‌های مختلف و در طول یک بازه‌ی زمانی ۵ ساله بررسی می‌کنیم، جنس داده‌های ما از نوع پانل می-باشد. برای این که خطای پیش‌بینی مدل مذکور سنجیده شود، ابتدا باید به کمک ورودی‌های مدل بلک-شولز-مرتون، قیمت تئوریک را برای اختیار معامله‌های موجود در نمونه به دست آید و درصد تفاوت قیمت تئوریک را با قیمت بازار محاسبه گردد، سپس با استفاده از معیاری به نام خطای جذر میانگین مربعات، میزان خطا برآورد شود. در مسیر انجام پژوهش، توجه به نکته‌های زیر حائز اهمیت است:

- برای محاسبه خطای پیش‌بینی مدل بلک-شولز، بازه‌های ۳۰ روزه در نظر گرفته می‌شود.
- در مدل بلک-شولز، تمامی ورودی‌ها به‌طور مستقیم قابل مشاهده هستند، به‌جز پارامتر نوسانات تاریخی ( $\sigma$ ) که برای تخمین آن از انحراف معیار بازده لگاریتمی دارایی‌های پایه استفاده می‌شود.
- برای برآورد خطای مدل بلک-شولز، از معیارهای ارزیابی مانند خطای میانگین مربع ریشه استفاده شده است.
- برای تخمین پارامتر نوسان، بازده لگاریتمی روزانه دارایی پایه استفاده شده است. داده‌های مربوط به قیمت دارایی پایه را استخراج شده، از قیمت بازده لگاریتمی گرفته می‌شود، یعنی لگاریتم حاصل تقسیم قیمت روز نسبت به روز قبل محاسبه گردیده و با استفاده از تابع انحراف استاندارد نمونه، انحراف معیار آن روز به‌همراه ۹۰ روز قبل از آن محاسبه شده است.

- برای محاسبه تعداد روز باقی‌مانده تا سررسید، برای روزهایی که قیمت اختیار معامله با مدل بلک-شولز محاسبه می‌شود؛ فاصله بین آن روز تا تاریخ سررسید اختیار را محاسبه کرده و برای تبدیل آن به واحد سال، عدد حاصل بر ۲۴۰ روز معاملاتی سال تقسیم می‌شود.
- پارامتر دیگری به نام وضعیت در سود بودن (در زیان بودن) اختیار وجود دارد که جزو متغیرهای مستقل نیز هست و برای محاسبه آن قیمت جاری دارایی پایه بر قیمت توافقی تقسیم می‌شود. در صورتی که عدد حاصل از عدد ۱ بیشتر شد، اختیار معامله در سود و اگر عدد حاصل از عدد ۱ کمتر شد، آن اختیار معامله در زیان است.

روش محاسبه‌ی معیار خطای جذر میانگین مربعات، طبق رابطه (۶) است:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right)^2} \quad (6)$$

$\hat{y}_i$ : قیمت تئوریک قراردادهای اختیار معامله (به‌دست آمده از مدل بلک-شولز-مرتون).

$y_i$ : قیمت بازار (معامله‌شده) قراردادهای اختیار معامله.

برای به‌دست آوردن معیار خطای جذر میانگین مربعات<sup>۱</sup>، مراحل را طی می‌شود. در مرحله‌ی اول، تفاضل تک‌تک قیمت‌های تئوریک و قیمت‌های بازار اختیار معامله را به‌دست می‌آید. سپس حاصل تفاضل‌ها را بر قیمت بازار اختیار معامله تقسیم شده و حاصل را به توان دو خواهد رسید؛ بعد از این مرحله، درصد خطاها را با هم جمع کرده و بر تعداد آن‌ها تقسیم می‌شوند. در نهایت از عدد به‌دست آمده جذر گرفته و معیار خطای جذر میانگین مربعات محاسبه می‌شود. عدد به‌دست آمده، معیار خوبی برای سنجش خطای مدل بلک-شولز-مرتون است و عدد حاصل را در عدد ۱۰۰ ضرب می‌کنیم تا نتایج به صورت درصدی بیان شود. معیار خطای جذر میانگین مربعات به-دلیل آن که از مجذور تفاضل استفاده می‌کند، به خطای هر یک از داده‌ها وزن می‌دهد و در بین معیارهای مشابه خود برای محاسبه خطای مدل‌ها به‌عنوان یکی از دقیق‌ترین روش‌ها شناخته می‌شود (ملک محمدی، ۱۳۹۹). در این پژوهش، هدف آن است که تاثیر سه متغیر (نوسان تاریخی،

1. RMSE

وضعیت در سود بودن اختیار معامله و زمان باقی مانده تا سررسید) را بر خطای قیمت گذاری مدل بلک-شولز-مرتون سنجیده شود، که با کمک برآورد رگرسیون چندمتغیره این کار را انجام داده و نتایج حاصل از این برآورد را تحلیل می شود، تا به تاثیر هریک از سه متغیر مذکور بر خطای مدل پی ببریم. مدل مورد استفاده در پژوهش، معادله رگرسیون مطابق رابطه (۷) می باشد.

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + u_i \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

که در معادله (۷)،  $X_2$  نشان دهنده نوسان تاریخی،  $X_3$  نشان دهنده تعداد روز باقی مانده تا سررسید و  $X_4$  نشان دهنده وضعیت در سود بودن اختیار معامله است.

### یافته های پژوهش

با کمک نرم افزار استتا، آزمون f لیمر را انجام داده و نتیجه آن طبق جدول 3 به دست آمده است، که به علت آنکه سطح احتمال آن کمتر از ۵٪ است، فرض  $H_0$  رد شده و نشان می دهد که مدل با اثرات ثابت (مدل پانل) باید تخمین زده شود.

جدول ۳. نتیجه آزمون f لیمر

| تخمین رگرسیون با اثرات ثابت (آزمون F لیمر) |              |                        |            |
|--|--------------|------------------------|------------|
| متغیرهای مستقل                             | ضریب همبستگی | خطای استاندارد میانگین | سطح احتمال |
| عرض از مبدا                                | -۰/۵۲۱۷      | ۰/۰۱۱                  | ۰,۰۰۰      |
| وضعیت در سود بودن                          | ۰/۱۳۲۰       | ۰/۰۰۶۴                 | ۰,۰۰۰      |
| تعداد روز تا سررسید                        | ۰/۲۵۴۳       | ۰/۰۱۳۷                 | ۰,۰۰۰      |
| نوسان تاریخی                               | ۰/۲۵۸۰       | ۰/۱۰۴۵                 | ۰,۰۰۰      |
| سطح احتمال آزمون F لیمر                    |              | ۰,۰۰۰                  |            |

اگر مدل با اثرات ثابت پذیرفته شود یا به عبارتی فرض صفر رد شود، لازم است تا از آزمون دیگری به نام آزمون هاسمن استفاده کنیم، تا مشخص گردد بین دو مدل اثرات ثابت و اثرات تصادفی کدام یک مناسب تر است. اما در صورتی که فرض صفر پذیرفته شود، نیاز به انجام این آزمون (هاسمن) نیست. با انجام آزمون هاسمن، سطح احتمال آزمون کمتر از ۵٪ بوده (سطح احتمال آزمون هاسمن = ۰,۰۰۰) پس فرض  $H_0$  رد شده و این به معنای این است که مدل، باید به روش اثرات ثابت تخمین زده شود. نتیجه آزمون هاسمن مطابق با جدول ۴ آورده شده است:



جدول ۴. نتیجه آزمون هاسمن

| آزمون هاسمن            |               |                 |
|------------------------|---------------|-----------------|
| متغیرهای مستقل         | ضریب همبستگی  |                 |
|                        | با اثرات ثابت | با اثرات تصادفی |
| وضعیت در سود بودن      | ۰/۱۳۲۰        | ۰/۱۲۴۸          |
| تعداد روز تا سررسید    | ۰/۲۵۴۳        | ۰/۲۵۸۶          |
| نوسان تاریخی           | ۰/۲۵۸۰        | ۰/۲۵۸۴          |
| سطح احتمال آزمون هاسمن |               | ۰,۰۰۰           |

برای رفع خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس نیز از روش حداقل مربعات تعمیم یافته شدنی استفاده کرده و نتیجه نهایی اثرات متغیرهای مستقل بر متغیر وابسته پس از رفع مشکلات خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس داده‌ها، به شرح جدول ۵ در زیر آمده است:

جدول ۵. نتیجه نهایی تخمین رگرسیون، بعد از برطرف شدن مشکل خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس داده‌ها

| تخمین رگرسیون نهایی |              |                        |            |
|---------------------|--------------|------------------------|------------|
| متغیرهای مستقل      | ضریب همبستگی | خطای استاندارد میانگین | سطح احتمال |
| عرض از مبدا         | -۰/۳۳۹۶      | ۰/۰۰۷۷                 | ۰,۰۰۰      |
| وضعیت در سود بودن   | ۰/۱۱۰۷       | ۰/۰۰۳۸                 | ۰,۰۰۰      |
| تعداد روز تا سررسید | ۰/۰۹۲۸       | ۰/۰۱۱۳                 | ۰,۰۰۰      |
| نوسان تاریخی        | ۰/۱۶۶۸       | ۰/۰۰۵۴                 | ۰,۰۰۰      |
| سطح احتمال کل مدل   |              | ۰,۰۰۰۰                 |            |

جدول ۵، نتیجه نهایی تخمین رگرسیون پانل می باشد. در ستون سطح احتمال خطای متغیرها مشخص است که سطح احتمال تمامی متغیرها از ۵٪ کمتر بوده و معنی دار می باشند (بر متغیر وابسته تاثیر گذارند). ستون خطای استاندارد میانگین نشان دهنده‌ی مقدار خطای برآورد نمونه نسبت به برآورد جامعه است و خطای کمی را برای متغیرها نشان می دهد، پس نتایج حاصل از توانایی تعمیم زیادی نسبت به جامعه برخوردارند. ستون اصلی که ستون ضریب همبستگی می باشد، نتایج نهایی نحوه اثرگذاری متغیرها را نسبت به متغیر خطای مدل بلک-شولز-مرتون را نشان می دهد. اگر تعداد روز باقی مانده تا سررسید به صورت کسری از سال، ۱٪ کاهش یابد، خطای مدل بلک-

شولز، ۹,۲۸٪ کاهش می یابد. در مورد نوسان تاریخی قیمت دارایی پایه نیز اگر نوسان تاریخی قیمت دارایی پایه، ۱٪ افزایش یابد، خطای مدل بلک-شولز، ۱۶,۶۸٪ افزایش می یابد و در صورتی که حاصل تقسیم قیمت دارایی پایه بر قیمت توافقی که همان در سود بودن اختیار است، ۱٪ افزایش یابد، خطای مدل، ۱۱,۰۷٪ افزایش می یابد. برای برآورد خطای قیمت گذاری مدل بلک-شولز، از معیاری به نام خطای جذر میانگین مربعات استفاده می شود. معیاری که برای پیدا کردن اختلاف بین مقادیر پیش بینی شده و مقادیر واقعی استفاده می شود و هرچه حاصل معیار خطای جذر میانگین مربعات کمتر باشد، قابلیت اتکای مدل بیشتر است و مدل بهتری برای قیمت گذاری اختیار معامله به شمار می رود (ملک محمدی، ۱۳۹۹). در جدول ۶، نتیجه محاسبه معیار خطای جذر میانگین مربعات آورده شده است و همان طور که مشاهده می شود، حاصل آن 0.559135 شده است؛ یعنی مدل بلک-شولز با خطایی نزدیک به ۵۶٪ نسبت به قیمت بازار، اختیار معامله ها را قیمت گذاری می کند.

جدول ۶. محاسبه پارامتر RMSE برای مدل بلک-شولز-مرتون

| نام مدل            | RMSE     |
|--------------------|----------|
| مدل بلک-شولز-مرتون | ۰/۵۵۹۱۳۵ |

برای نشان دادن قدرت توضیح دهندگی معادله رگرسیون، از معیاری به نام معیار ضریب تعیین استفاده شده است. این معیار نشان می دهد که تا چه اندازه تخمین متغیر وابسته مدل ( $\hat{y}_i$ ) به مقدار واقعی آن ( $y_i$ ) نزدیک است. هر متغیر جدیدی که به مدل اضافه می شود از یک طرف  $R^2$  را افزایش داده و از طرف دیگر درجه آزادی را کاهش می دهد. به همین منظور از معیار دیگری به نام ضریب تعیین تعدیل شده ( $\bar{R}^2$ ) استفاده می کنیم. بدیهی است که الزاما  $\bar{R}^2 \leq R^2$  است (سوری، ۱۳۹۴). دو معیار ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده، نشان می دهند چند درصد از تغییرات متغیر مستقل، تغییرات متغیر وابسته را توضیح می دهد. همان طور که در جدول ۷ مشخص است، معیار ضریب تعیین (۶,۳۶٪) و ضریب تعیین تعدیل شده (۶,۳۵٪) محاسبه شده است. به عبارت دیگر ۶,۳۶٪ از تغییرات متغیرهای مستقل (زمان تا سررسید، نوسان تاریخی و وضعیت در سود بودن)، تغییرات متغیر وابسته (خطای مدل بلک-شولز) را توضیح می دهد. تفاوت بین ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده، مقدار ۰,۰۰۱ است و هرچه تفاوت بین ضریب تعیین و ضریب تعیین

تعدیل شده کمتر باشد، نشان می‌دهد که متغیرهای مستقلی که به مدل اضافه شده‌اند، به‌درستی انتخاب شده‌اند که در معادله گرسیونی ما صدق می‌کند.

جدول ۷. محاسبه ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده

|                  |                      |
|------------------|----------------------|
| مقدار محاسبه شده | معیار محاسبه شده     |
| ۰/۰۶۳۶           | ضریب تعیین           |
| ۰/۰۶۳۵           | ضریب تعیین تعدیل شده |

به‌منظور صحت‌سنجی نتایج مدل، مشابه مدل نهایی (رگرسیون پانل)، رگرسیون جداگانه بر روی سه صنعت "خودرو و ساخت قطعات، فلزات اساسی و صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل-معامله" انجام گرفت.

نتایج رگرسیون پانل برای صنعت خودرو و ساخت قطعات، به‌شرح جدول ۸ می‌باشد.

جدول ۸. نتیجه نهایی تخمین رگرسیون بر روی صنعت خودرو و ساخت قطعات

| تخمین رگرسیون نهایی |              |                        |            |
|---------------------|--------------|------------------------|------------|
| متغیرهای مستقل      | ضریب همبستگی | خطای استاندارد میانگین | سطح احتمال |
| عرض از مبدا         | -۰/۳۴۹۱      | ۰/۰۰۶۳                 | ۰,۰۰۰      |
| وضعیت در سود بودن   | ۰/۰۸۵۳       | ۰/۰۰۲۱                 | ۰,۰۰۰      |
| تعداد روز تا سررسید | ۰/۱۳۴۲       | ۰/۰۰۹۸                 | ۰,۰۰۰      |
| نوسان تاریخی        | ۰/۱۴۱۴       | ۰/۰۰۷۳                 | ۰,۰۰۰      |
| سطح احتمال کل مدل   |              | ۰,۰۰۰۰                 |            |

در جدول ۹، نتیجه محاسبه معیار خطای جذر میانگین مربعات آورده شده است. مدل بلک-شولز-مرتون با خطایی نزدیک به ۳۱٪ نسبت به قیمت بازار، اختیار معامله‌ها را قیمت‌گذاری می‌کند.

جدول ۹. محاسبه پارامتر RMSE برای مدل بلک-شولز-مرتون (خودرو و ساخت قطعات)

|                    |          |
|--------------------|----------|
| نام مدل            | RMSE     |
| مدل بلک-شولز-مرتون | ۰/۳۰۵۸۹۳ |

دو شاخص ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده برای صنعت خودرو و ساخت قطعات، به-شرح جدول ۱۰ مشخص گردید.

جدول ۱۰. محاسبه ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده (خودرو و ساخت قطعات)

|                  |                      |
|------------------|----------------------|
| مقدار محاسبه شده | معیار محاسبه شده     |
| ۰/۰۷۴۲           | ضریب تعیین           |
| ۰/۰۷۳۷           | ضریب تعیین تعدیل شده |

نتایج رگرسیون پانل برای صنعت فلزات اساسی، به شرح جدول ۱۱ می باشد.

جدول ۱۱. نتیجه نهایی تخمین رگرسیون بروی صنعت فلزات اساسی

| تخمین رگرسیون نهایی |              |                        |            |
|---------------------|--------------|------------------------|------------|
| متغیرهای مستقل      | ضریب همبستگی | خطای استاندارد میانگین | سطح احتمال |
| عرض از مبدا         | -۰/۵۲۸۱      | ۰/۰۰۹۱                 | ۰,۰۰۰      |
| وضعیت در سود بودن   | ۰/۱۷۵۱       | ۰/۰۰۴۹                 | ۰,۰۰۰      |
| تعداد روز تا سررسید | ۰/۰۹۳۷       | ۰/۰۰۷۳                 | ۰,۰۰۰      |
| نوسان تاریخی        | ۰/۲۴۲۷       | ۰/۰۰۶۱                 | ۰,۰۰۰      |
| سطح احتمال کل مدل   |              | ۰,۰۰۰۰                 |            |

در جدول ۱۲، نتیجه محاسبه معیار خطای جذر میانگین مربعات آورده شده است. مدل بلک-شولز-مرتون با خطایی نزدیک به ۱۸٪ نسبت به قیمت بازار، اختیار معامله‌ها را قیمت گذاری می-کند.

جدول ۱۲. محاسبه پارامتر RMSE برای مدل بلک-شولز-مرتون (فلزات اساسی)

|                    |           |
|--------------------|-----------|
| نام مدل            | RMSE      |
| مدل بلک-شولز-مرتون | ۰/۱۷۵۰۳۲۰ |

دو شاخص ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده برای صنعت فلزات اساسی، به شرح جدول ۱۳ مشخص گردید.

جدول ۱۳. محاسبه ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده (فلزات اساسی)

|                  |                      |
|------------------|----------------------|
| مقدار محاسبه شده | معیار محاسبه شده     |
| ۰/۱۰۳۴           | ضریب تعیین           |
| ۰/۰۸۲۳           | ضریب تعیین تعدیل شده |

نتایج رگرسیون پانل برای بازار صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله، به شرح جدول ۱۴ می‌باشد.

جدول ۱۴. نتیجه نهایی تخمین رگرسیون بر روی بازار صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله

| تخمین رگرسیون نهایی |              |                        |            |
|---------------------|--------------|------------------------|------------|
| متغیرهای مستقل      | ضریب همبستگی | خطای استاندارد میانگین | سطح احتمال |
| عرض از مبدا         | -۰/۷۳۲۱      | ۰/۰۰۹۱                 | ۰,۰۰۰      |
| وضعیت در سود بودن   | ۰/۱۷۵۳       | ۰/۰۰۳۴                 | ۰,۰۰۰      |
| تعداد روز تا سررسید | ۰/۳۲۴۱       | ۰/۰۰۱۱                 | ۰,۰۰۰      |
| نوسان تاریخی        | ۰/۰۸۹۱       | ۰/۰۰۵۲                 | ۰,۰۰۰      |
| سطح احتمال کل مدل   |              | ۰,۰۰۰۰                 |            |

در جدول ۱۵، نتیجه محاسبه معیار خطای جذر میانگین مربعات آورده شده است. مدل بلک-شولز-مرتون با خطایی نزدیک به ۳۱٪ نسبت به قیمت بازار، اختیار معامله‌ها را قیمت‌گذاری می‌کند.

جدول ۱۵. محاسبه پارامتر RMSE برای مدل بلک-شولز-مرتون (صندوق‌ها)

| نام مدل            | RMSE     |
|--------------------|----------|
| مدل بلک-شولز-مرتون | ۰/۴۸۵۲۳۷ |

دو شاخص ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده برای بازار صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله، به شرح جدول ۱۶ مشخص گردید.

جدول ۱۶. محاسبه ضریب تعیین و ضریب تعیین تعدیل شده (صندوق‌ها)

| مقدار محاسبه شده | معیار محاسبه شده     |
|------------------|----------------------|
| ۰/۱۶۶۷           | ضریب تعیین           |
| ۰/۱۴۱۲           | ضریب تعیین تعدیل شده |

## نتیجه گیری و پیشنهادها

مقایسه نتایج پژوهش های بیان شده با پژوهش حاضر در جدول ۱۷ بیان شده است:

جدول ۱۷. مقایسه نتایج پژوهش های پیشین با پژوهش حاضر

| ردیف | پژوهش گر                       | سال  | نوسان پذیری دارایی پایه | در سود بودن قرارداد اختیار معامله | زمان تا سررسید قرارداد اختیار معامله |
|------|--------------------------------|------|-------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| ۱    | ژینا نانوی ساوجبلاخی و همکاران | ۲۰۲۴ | مستقیم                  | مستقیم                            | مستقیم                               |
| ۲    | محمدعاطف سنار و همکاران        | ۲۰۲۰ | -                       | معکوس                             | معکوس                                |
| ۳    | کومار و آگراوال                | ۲۰۱۷ | مستقیم                  | -                                 | -                                    |
| ۴    | باتن و الیس                    | ۲۰۰۵ | -                       | -                                 | مستقیم                               |
| ۵    | جنکای و صالح                   | ۲۰۰۳ | مستقیم                  | مستقیم                            | -                                    |
| ۶    | مکبث و مرویل                   | ۱۹۷۹ | -                       | مستقیم                            | معکوس                                |

\*مستقیم: هرچه متغیر بیان شده افزایش یابد، خطای مدل بلک-شولز-مرتون افزایش می یابد.

\*\*معکوس: هرچه متغیر بیان شده افزایش یابد، خطای مدل بلک-شولز-مرتون کاهش می یابد.

همان طور که از جدول (۱۷) نتیجه می شود، با افزایش نوسان دارایی پایه قراردادهای اختیار معامله، خطای مدل بلک-شولز-مرتون افزایش، و هرچه این متغیر کاهش پیدا کند، خطای مدل کاهش میابد. هرچقدر قرارداد اختیار معامله بیشتر در سود باشد<sup>۱</sup>، خطای مدل بلک-شولز-مرتون بالا می رود و هرچه به سمت بی تفاوتی<sup>۲</sup> و درزیان بودن<sup>۳</sup> پیش می رود، خطای مدل کم خواهد شد. در نهایت هرچقدر تعداد روزهای باقی مانده تا سررسید برای قراردادهای اختیار معامله کمتر شود، خطای مدل قیمت گذاری بلک-شولز-مرتون کم و هرچه این متغیر بیشتر می شود، خطای مدل افزایش میابد.

1. In The Money (ITM)
2. At The Money (ATM)
3. Out of The Money (OTM)

با توجه به نتایج پژوهش که همبستگی مثبت متغیرهای مستقل پژوهش یعنی نوسان تاریخی، قیمت دارایی پایه، تعداد روز باقی مانده تا سررسید اختیار و وضعیت در سود بودن اختیار با خطای قیمت گذاری مدل بلک-شولز را نشان داد؛ پیشنهاد می‌گردد:

(۱) سرمایه‌گذاران اختیار معامله‌هایی را برای سرمایه‌گذاری انتخاب کنند که تعداد روز کمتری نسبت به سررسید آن باقی مانده باشد. زیرا نتایج پژوهش نشان داد با فرض ثابت بودن سایر عوامل هر چه تعداد روز باقی مانده تا سررسید کمتر شود یا به عبارت دیگر به سررسید اختیار معامله نزدیک‌تر شویم. خطای مدل بلک-شولز نیز کمتر می‌شود، زیرا این دو متغیر با یکدیگر همبستگی مثبت دارند.

(۲) از آنجایی که نوسان تاریخی قیمت دارایی پایه با خطای مدل، همبستگی مثبت داشت پس لازم است تا سرمایه‌گذاران در بازار سهام (دارایی پایه اختیار معامله‌های بررسی شده در این پژوهش)، اقدام به معامله اختیار معامله‌هایی نمایند که سهام مبنای آن‌ها ریسکی نبوده و نوسانات زیادی در بازار نداشته باشد. هرچه نوسان قیمت سهام پایه بیشتر باشد، مدل بلک-شولز-مرتون نمی‌تواند قیمت اختیار معامله را به درستی محاسبه کند و قیمت محاسباتی از قابلیت اتکای لازم برخوردار نخواهد بود.

در رابطه با وضعیت در سود بودن که همبستگی مثبتی با خطای مدل بلک-شولز داشته، باید تلاش کرد تا فاصله بین قیمت جاری دارایی پایه و قیمت توافقی اختیار بسیار بالا یا بسیار پایین نباشد، در غیر این صورت سرمایه‌گذاران باید اختلاف بین قیمت توافقی و قیمت جاری دارایی پایه را در محاسبات خود و تصمیم به معامله اختیار لحاظ نمایند.

## فهرست منابع

- Afkhami Adel, (2023), **Financial engineering (comprehensive reference of options instruments)**, Terme publications. [In Persian].
- Azor, P. (2020), Analytical Solution of Black-Scholes Equation in Predicting Market Prices and Its Pricing Bias, **Asian Journal of Probability and Statistics**, 2020(8), 17-23.  
Doi: <https://doi.org/10.9734/ajpas/2020/v8i230202>
- Brooks Chris, (2021), **An introduction to financial econometrics**, Badri. A, Nass publications. [In Persian].
- Behradmehr. N, (۲۰۲۲), Pricing of gold coin option contract in Iran commodity exchange market: Black-Scholes approach and buying and selling parity, **Financial Economics Quarterly**, 2022(3), 69-۹۲, [In Persian].  
Doi: <https://www.doi.org/10.30495/fed.2022.697605>
- Batten. J, (2005). Parameter estimation bias and volatility scaling in Black-Scholes option prices, **International review of financial analysis**, 14(2), 165-176,  
Doi: <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2004.06.008>
- Esmailzadeh. A, (۲۰۱۵), Investigating the new means of financing and implementing it in Bank Tejarat, **Financial Economics Quarterly**, 9(31), 57-75 [In Persian],  
Doi: <https://civilica.com/doc/1570303>
- Gencay. R, (2003), Degree of mispricing with the black-scholes model and nonparametric cures, **Economics and Finance**, 4(1), 73-101.  
Doi: <https://econpapers.repec.org/RePEc:cuf:journl:y:2003:v:4:i:1:p:73-101>
- Haghighat. Jafar, (2016). **Applied econometrics**, AlGhadir Publications, [In Persian]
- Hall. John, (2023), **Options, Futures, and Other Derivatives**, Pearson Education.
- Kumar. R, (2017), An empirical investigation of the Black-Scholes call option pricing model with reference to NSE, **International Journal of BRIC Business Research**, 6(2).  
Doi: <http://dx.doi.org/10.14810/ijbbr.2017.6201>
- MacBeth, J. (1979). An empirical examination of the Black-Scholes call option pricing model. **The journal of finance**, 34(5), 1173-1186.  
Doi: <https://doi.org/10.2307/2327242>
- Nasiri. K, (2023), Empirical investigation of Black-Scholes pricing model in Tehran Stock Exchange call option transactions, **Financial Economics Quarterly**, 1402(4), 51-72, [In Persian]  
Doi: <https://www.doi.org/10.30495/fed.2023.707979>
- Raei. R, (2018), **Basics of financial engineering and risk management**, Publications of the Organization for the Study and Compilation of University Humanities Books (Samt), [In Persian]
- Rahnamay Rudposhti, F. (2015). **Financial engineering (comprehensive reference of option tools)**. Terme publications. [In Persian]
- Sattar. M, (2020), EXPLORING THE Effect of Varying Ootions Expiration and Moneyness in the Black-Scholes Mispricing, **Journal of Critical Reviews**, 7(6), 2235, 33-40  
Doi: : <https://doi.org/10.26438/ijrsmss/v6i1.3340>
- Salmani Gharaei. K, (2017). **Financial engineering and modeling of markets**, Publications of Allameh Tabatabai University, [In Persian]
- Souri, A. (2014). **Econometrics (first volume)**. Cultural Publishing House. [In Persian]



- Saebi, M. (2020). **Research methods in management**. Publications of the Presidential Public Administration Training Center. [In Persian]
- Saunders, A. (2017). **Markets and financial institutions, translated**, Reza Tehrani. Tehran University Publications. [In Persian]
- Saeidi, A. (2019). **Basics of financial engineering and risk management**. Publications of the Organization for the Study and Compilation of University Humanities Books (Samt). [In Persian]

